

פתרונות לחירגילים

שאלות בנושא ריביות

שאלה 1

$$I_{\text{חצי שנתי}} = 3\%$$

$$\text{נוסחה 2: } I = (1 + I\%)^n - 1$$

6 חצאי שנים
יש ב-3 שנים

$$I = (1 + 3\%)^6 - 1 = 0.19405 \longrightarrow$$

19.405%

שאלה 2

$$I_{\text{3 שנים}} = 18\%$$

$$\text{נוסחה 3: } I_{\text{ממוצעת}} = (1 + I\%)^{\frac{1}{n}} - 1$$

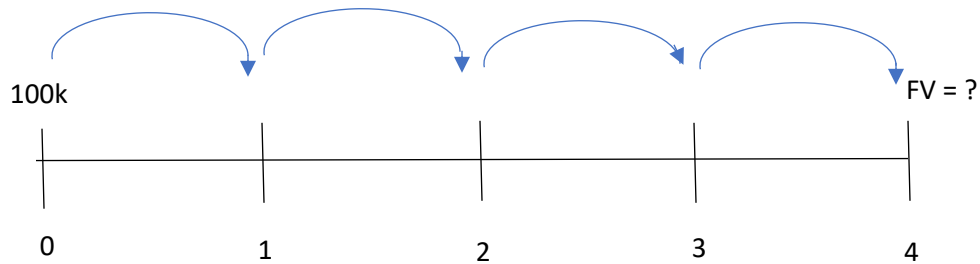
$$I_{\text{ממוצעת שנתי}} = (1 + 18\%)^{\frac{1}{3}} - 1 = 0.05672 \longrightarrow$$

5.672%

שאלות בנושא היוון ועיתוד

שאלה 1

$$I = 3\%$$



CMPD:

Set: -

$$n = 4$$

$$I = 5\%$$

PV: -100,000

PMT: 0

FV: Solve →

121,550.6

שאלה 2

CMPD:

Set: -

$$n = 6 \times 12 = 72$$

← נספור חודשים כי הריבית היא חודשית

$$I = 0.45\%$$

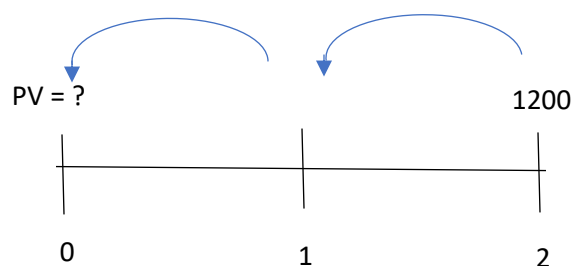
$$PV: 220,000$$

$$PMT: 0$$

$$FV: \text{Solve} \rightarrow -303,961.4$$

שאלה 3

$$I = 3\%$$



CMPD:

Set: -

$$n = 2$$

$$I = 3\%$$

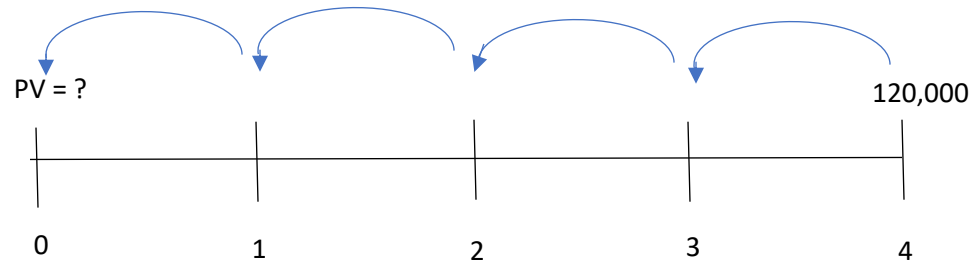
$$PV: \text{Solve} \rightarrow -1,131$$

$$PMT: 0$$

$$FV: 1200$$

שאלה 4

$$I = 6\%$$



CMPD:

Set: -

$$n = 4$$

$$I = 6\%$$

PV: Solve → -95,051

PMT: 0

FV: 120,000

שאלה 5

CMPD:

Set: Begin ← כל תחילת חודש

$$n = 4 \times 12 = 48$$

$$I = 0.52\%$$

PV: 0

PMT: Solve → -2,196

FV: 120,000

שאלות בנושא הלוואות

שאלה 1

CMPD:

Set: End

$$n = 20 \times 12 = 240$$

$$I = 1\% \leftarrow \frac{12\%}{12} \text{ מנקובה לאפקטיבית חודשית}$$

PV: 800,000

PMT: Solve → **-8,808.6** גובה ההחזר החודשי

FV: 0

על מנת להגיע לחלקה של הקרן בתשלום ה-55 נשתמש בפונקציית AMRT

AMRT:

PMT1 = 55

PMT2 = 55

↓
PRN: Solve → **1,383.99**
נתח הקרן בתוך ההחזר החודשי בתשלום ה-55

שאלה 2

AMRT:

PMT1 = 36

PMT2 = 36



BAL: Solve



765,164.19

יתרת קרן הלוואה לאחר תשלום 36

שאלה 3

CMPD:

Set: End

$n = 15 \times 12 = 180$

$I = 0.47916\% = \frac{5.75\%}{12} = 1.75\% + 4\%$

פריים



PV: 1,200,000

PMT: Solve



-9,964 **גובה ההחזר החודשי**

FV: 0

על מנת לדעת מה יתרת הקרן אחרי התשלום ה-120 (12 חודשים X 10 שנים) נשתמש בפונקציית AMRT

AMRT:

PMT1 = 120

PMT2 = 120



BAL: Solve



518,553

יתרת קרן הלוואה לאחר תשלום 120

שאלה 4

בגלל שהריבית השתנתה זה משפיע על היקף ההחזר החודשי ולכן נציב מחדש ב-CMPD:

CMPD:

Set: End

תקופה
שנותה

$$n = 15 \times 12 = 180 - 120$$

תקופה שכבר עברה

$$I = 0.54166\% = \frac{6.5\%}{12} = 2.5\% + 4\%$$

פריים

$$PV: 518,553$$

יתרת הקרן שנותה לאחר בתשלום ה-120

PMT: Solve

-10,146

FV: 0

שאלה 5

שלב 1:

CMPD:

Set: End

$$n : 12 = 4 \times 3$$

$$I\% = 2.5$$

$$PV: 100,000$$

PMT: Solve

-9,748.71

FV: 0

שלב 2:

AMRT:

pm1 = 6

pm2 = 6



PRN: Solve



מרכיב הקרן בתשלום מספר 6
8,201.25

BAL: Solve



53,697.13
יתרת הקרן לאחר התשלום ה-6
(נתון לטובת שאלה 6)

שאלה 6

רגע לפני התשלום ה-6 זה אומר, במילים אחרות, שמוישה אופניק אמור לשלם היום:

ההחזר הרבעוני שכולל ריבית של הרבעון השלם שמוישה החזיר את הכסף אצלו	+	יתרת הקרן לאחר התשלום ה-6	=	יתרת הקרן וריבית שנצברה
---	---	---------------------------------	---	----------------------------------

9,748 התשלום הרבעוני	+	53,697 יתרת הקרן לאחר התשלום ה-6	=	63,445
-------------------------	---	--	---	--------

CMPD:

Set: End

$n : 8$

$I\% = 3$

PV: 650,000

PMT: Solve → -92,596.6

FV: 0



AMRT:

pm1 = 5

pm2 = 5



PRN: Solve → מרכיב הקרן במסגרת תשלום מספר 5
82,270.9

שאלות בנושא מסגרות אשראי

מדובר כאן במסגרת אשראי מחולקת ל-2 שכבות של מסגרות וכן עמלה משולמת.

בהתאם לנלמד עמלות משולמות נוסיף בשלב ה-2.

שאלה 1

החשבון ביתרת חובה של 30,000 ₪ ⇐

20,000 ₪ בריבית רבעונית של 2.5%

10,000 ₪ בריבית רבעונית של 4.5%

<u>מסגרת 2: 20,000</u>		<u>מסגרת 1: 10,000</u>		<u>סה"כ כולל עמלות</u>
Set: -		Set: -		Set: Begin
$n: 4$		$n: 4$		$n: 4$
$I\% = 2.5$		$I\% = 4.5$		$I\% = \text{Solve}$ → 5.1893%
PV: 20,000		PV: 10,000		PV: 30,000
PMT: 0		PMT: 0		PMT: -600
FV: Solve → -22,076	+	FV: Solve → -11,925	=	FV: -34,001

בשאלה שאלו מהי הריבית האפקטיבית השנתית ולכן:

$$I = (1 + 5.1893\%)^4 - 1 = 22.4295\%$$

ריבית מצטברת שנתית

שאלה 2

חישוב ריבית אפקטיבית למסלול ה-1:

מסגרת אשראי 1 – 20,000	מסגרת אשראי 2 – 2,000	סה"כ כולל עמלות
Set: - n: 1 I% = 3.2 PV: 20,000 PMT: 0 FV: Solve → -20,640	Set: - n: 1 I% = 5.2 PV: 2,000 PMT: 0 FV: Solve → -2,104	Set: Begin n: 1 I% = Solve → 5.296% PV: 22,000 PMT: -400 FV: -22,744

חישוב ריבית אפקטיבית למסלול ה-2:

מסגרת אשראי 1 – 20,000	מסגרת אשראי 2 – 2,000	סה"כ כולל עמלות
Set: - n: 1 I% = 2.5 PV: 20,000 PMT: 0 FV: Solve → -20,500	Set: - n: 1 I% = 4.5 PV: 2,000 PMT: 0 FV: Solve → -2,090	Set: Begin n: 1 I% = Solve → 5.56% PV: 22,000 PMT: -600 FV: 22,590

בגלל שמדובר בהלוואה הלקוח יהיה מעוניין לשלם את הריבית אפקטיבית הנמוכה ביותר

מסלול 2
5.56%

>

מסלול 1
5.296%

שאלות בנושא עמלות

שאלה 1

עמלות משולמות מחשבים ב-2 שלבים:

שלב 1:
חישוב ההחזר בעיני הבנק:

Set: -

$n: 1$

$I\% = 18$

PV: 30,000

PMT: 0

FV: Solve → **-35,400**



שלב 2:
מציאת הריבית האפקטיבית בעיני יעקב:

Set: -

$n: 1$

$I\% = \text{Solve}$ → **21.23**

PV: 29,200 = 30,000 - 800 ← עמלה

PMT: 0

FV: -35,400

שאלה 2

עמלות משולמות מחשבים ב-2 שלבים:

החישוב נערך
ללא עמלות

שלב 1:
חישוב ההחזר בעיני הבנק:

Set: -

$n: 16 = 4 \times 4$

$I\% = 2.25 = \frac{9\%}{4}$

PV: 15,000

PMT: 0

FV: Solve → **-21,414.3**



שלב 2:
מציאת הריבית האפקטיבית בעיני הלקוח:

Set: Begin ← העמלה משולמת כל תחילת רבעון

$n: 16 = 4 \times 4$

$I\% = \text{Solve}$ → **2.51**

PV: 15,000

PMT: -45

FV: -21,414.3

ריבית רבעונית
אפקטיבית

ולכן הריבית האפקטיבית השנתית היא:

ריבית אפקטיבית שנתית

$$I = (1 + 2.51\%)^4 - 1 = 10.424\%$$

שאלה 3

עמלות משולמות מחשבים ב-2 שלבים:

שלב 1:
חישוב ההחזר בעיני הבנק:

Set: -

$n: 6$

$$I\% = 0.75 = \frac{9\%}{12}$$

PV: 42,000

PMT: 0

FV: Solve → **-43,925.7**



שלב 2:
מציאת הריבית האפקטיבית בעיני הלקוח:

Set: -

$n: 6$

$I\% = \text{Solve} \rightarrow \boxed{1.13}$

ריבית רבעונית
אפקטיבית

PV: 41,150 = 42,000 - 850

עמלת פתיחת תיק

PMT: 0

FV: -44,025 = -43,925 - 100

עמלת סגירת תיק

התוצאה שקיבלנו למעלה הינה ריבית חודשית אפקטיבית. בהתאם לשאלה יש למצוא את הריבית השנתית האפקטיבית, נשתמש בנוסחת הריבית המצטברת:

$$I = (1 + I\%)^n - 1 \quad \text{ריבית מצטברת}$$

$$I = (1 + 1.13\%)^{12} - 1 = 14.43\% \quad \text{ריבית מצטברת שנתית}$$

שאלה 4

עמלה מתווספת מחשבים בשלב 1 בלבד: עם העמלות

CMPD:

Set: Begin ← העמלה נגבית בתחילת כל חודש

$n : 12$

$$I\% = 1 = \frac{12\%}{12}$$

PV: 50,000

PMT: 22 ← עמלה חודשית

FV: Solve → **-56,623**

שאלה 5

מבחינת הלקוח הוא ביקש הלואה של 50,000 ₪ והחזיר בסוף -56,623 ולכן הריבית האפקטיבית:

CMPD:

Set: -

$n : 12$

$I\% : \text{Solve} \rightarrow \mathbf{1.042\%}$ ריבית אפקטיבית חודשית

PV: 50,000

PMT: 0 ← הלקוח לא קיבל את העמלות

FV: -56,623 ← הלקוח החזיר בסוף התקופה

שאלה 6

עמלה מתווספת מחשבים בשלב 1 בלבד: עם העמלות

COMPD:

Set: Begin

$n : 12$

$$I\% = 0.5 = \frac{6\%}{12}$$

PV: 85,000

PMT: 80

FV: Solve → **-91,234.3**

שאלה 7

עמלה מתווספת מחשבים בשלב 1 בלבד: עם העמלות

COMPD:

Set: -

$n : 365$

$$I\% = 0.049315 = \frac{18\%}{365}$$

PV: $120,800 = 120,000 + 800$ ← עמלה

PMT: 0

FV: Solve → **-144,617.4**

שאלה 8

מדובר בהלוואה עם עמלה משולמת ולכן נפתור ב-2 שלבים:

שלב 1:

חישוב ההחזר בעיני הבנק:
(ללא עמלות החזר הלוואה)

Set: -

$$n : 144 = 12 \times 12$$

$$I\% = 1 = \frac{12\%}{12}$$

PV: 200,000

PMT: 0

FV: Solve → **-838,123**



שלב 2:

מציאת הריבית האפקטיבית בעיני הלקוח:
(כולל עמלות)

Set: -

$$n : 144 = 12 \times 12$$

$$I\% = \text{Solve} \rightarrow \boxed{1.008}$$

← ריבית חודשית

$$PV: 198,000 = 200,000 - 2000$$

← עמלה

PMT: 0

$$FV: -839,623 = -838,123 - 1500$$

← עמלה

שאלות בנושא הטבות

שאלה 1

בהתאם לנלמד, על מנת להגיע להטבה במונחי ערך נוכחי יש לפתור ב-2 שלבים:
בשלב הראשון – חישוב הערך העתידי (FV) בריבית ההטבה ובשלב השני – היוון (PV) בריבית השוק
וההפרש ביניהם זוהי ההטבה במונחי ערך נוכחי

CMPD:

Set: -

$n: 6$

$I\% = 8.5$

PV: -55,000

PMT: 0

FV: Solve



-89,730

שלב ראשון:

חישוב הסכום שהתקבל מהקרן לאחר 6 שנים

CMPD:

Set: -

$n: 6$

$I\% = 7$

PV: solve



-59,790

PMT: 0

FV: 89,730

שלב שני:

היוון הסכום שהתקבל מהקרן בריבית השוק

כמה היה אדם רגיל
אמור להפקיד כדי
לקבל עוד 6 שנים
89,730

כמה הופקד
בפועל



59,790 - 55,000 =

₪ 4,700

שאלה 2

CMPD:

Set: End

$$n : 120 = 10 \times 12$$

$$I\% = 0.33333 = \frac{4\%}{12}$$

PV: 75,000

PMT: solve → **-759.33**

FV: 0

שלב ראשון:

חישוב הסכום ששולם במסגרת ההלוואה:

CMPD:

Set: End

$$n : 120$$

$$I\% = 0.4074$$

PV: solve → **71,958**

PMT: -759.33

FV: 0

שלב שני:

היוון תשלומי הלוואה בריבית השוק

חישוב גובה ההטבה:

$$75,000 - 71,958 = \text{₪ } \mathbf{3,042}$$

ריבית השוק: היא אפקטיבית ולכן יש לחשב את הריבית החודשית האפקטיבית באמצעות ריבית ממוצעת לתקופה נוסחה מספר 3 בדף הנוסחאות

$$I\% = (1 + 5\%)^{1/12} - 1 = 0.4074\%$$

שאלות בנושא נומינאלי/ ריאלי/ מדד

שאלה 1

במידה והמדד יעלה ב-2%

1 עבור ההלוואה הצמודה שהיא ריבית ריאלית – 6%
נחשב את הריבית הנומינאלית באמצעות נוסחת פישר:

$$\begin{array}{c} \text{ריאלי} \quad \quad \quad \text{אינפלציה} \\ \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ I_n = (I_r\% + 1)(\pi\% + 1) - 1 \\ 8.12\% = (6\% + 1)(2\% + 1) - 1 \end{array}$$

2 עבור ההלוואה הלא צמודה הריבית הנומינאלית היא הריבית הלא צמודה – 10%

אין צורך לחשב אותה

ריבית לא צמודה = ריבית נומינאלית

שאלה 2

במידה ותהיה אינפלציה (מדד המחירים יעלה) ב-4%

1 עבור ההלוואה הצמודה הריבית אין צורך לחשב אותה, היא 6%

ריבית צמודה = ריבית ריאלית

2 עבור ההלוואה הלא צמודה הריבית הריאלית היא:

$$I_r\% = \frac{(1 + I_n\%)}{(1 + \pi\%)} - 1$$

$$5.769\% = \frac{(1 + 10\%)}{(1 + 4\%)} - 1$$

שאלה 3

ראשית נתרגם את הריבית הנקובה לריבית אפקטיבית

ריבית ריאלית (כי זה חסכון צמוד) שנתית נקובה 7% מחושבת חודשית

$$\text{ריבית ריאלית אפקטיבית חודשית} = \frac{7\%}{12} = 0.5833\%$$

בגלל שאני רואה שהשאלה היא בריבית שנתית אעביר את הריבית מחודשית לשנתית

$$\text{ריאלית שנתית} = (1 + 0.5833\%)^{12} - 1 = 7.22\%$$

שאלה 4

נוסחת פישור:

$$I_n = (I_r\% + 1)(\pi\% + 1) - 1$$

ריאלי אינפלציה

↓ ↓

$$10.43\% = (7.22\% + 1)(3\% + 1) - 1$$

שאלה 3 אינפלציה שנתית

↓ ↓

שאלה 5

ריבית נקובה שנתית 4% מחושבת כל חודש וחצי

$$\text{ריבית ריאלית לחודש וחצי} = \frac{4\%}{8} = 0.5\%$$

מציאת הריבית הריאלית מציאת האינפלציה השנתית

$$I_n = (I_r \% + 1)(\pi \% + 1) - 1$$
$$7.878\% = (4.07\% + 1)(3.66\% + 1) - 1$$

$(1 + 0.5\%)^8 - 1 = 4.07\%$ $(1 + 0.3\%)^{12} - 1 = 3.66\%$

ריבית של חודש וחצי אינפלציה חודשית (מצטברת)

שאלה 6

ריבית ריאלית שנתית נקובה של 9% מחושבת רבעונית

$$\text{ריבית ריאלית אפקטיבית לרבעון} = \frac{9\%}{4} = 2.25\%$$

הריבית הריאלית האפקטיבית השנתית

$$I = (1 + 2.25\%)^4 - 1 = 9.3\%$$

שאלה 7

נוסחת פישור:

$$I_n = (I_r\% + 1)(\pi\% + 1) - 1 = 11.486\%$$

$\uparrow$ $\uparrow$
חושב נתון
בשאלה בשאלה
6

שאלה 8

ריבית ריאלית שנתית נקובה של 9% מחושבת כל חודשיים

$$\text{ריבית ריאלית אפקטיבית של חודשיים} = \frac{9\%}{6} = 1.5\%$$

ריבית שנתית ריאלית:

$$I = (1 + 1.5\%)^6 - 1 = 9.344\%$$

שאלה 9

ריבית שנתית ריאלית נקובה של 10% מחושבת כל חודש וחצי

$$\text{ריבית ריאלית אפקטיבית לחודש וחצי} = \frac{10\%}{8} = 1.25\%$$

ריבית שנתית ריאלית:

$$I = (1 + 1.25\%)^8 - 1 = 10.448\%$$

שאלה 10

נוסחת פישור:

$$I_n = (I_r\% + 1)(\pi\% + 1) - 1 = 12.65\%$$

ריבית שנתית נומינאלית

10.448%
↑
ריבית ריאלית
משאלה 9

2%
↑
נתון
בשאלה

שאלה 11

יש בשאלה זו המון מסיחים (מסיחי דעת) לא רלוונטיים

$$I = (1 + I\%)^n - 1$$

מצטברת
תקופתי

$$17.88\% = (1 + 4.2\%)^4 - 1$$

↑
ריבית
שנתית
ריאלית

↑
ריבית
רבעונית
ריאלית

שאלה 12

גם בשאלה זו יש הרבה נתונים לא רלוונטים

$$16.98\% \Rightarrow (1 + 4\%)^4 - 1$$

$$\text{שנתית } I_r \% = \boxed{12.85\%} = \frac{(1 + I_n\%)}{(1 + \pi\%)} - 1$$

$$3.656\% \Leftarrow (1 + 0.3\%)^{12} - 1$$

שאלות בנושא הצמדת תזרים

שאלה 1

פותרים את השאלה ב-CMPD ורק לאחר מכן את התוצאה מצמידים:

CMPD:

Set: -

$n : 0.5$

$I\% = 5$

PV: 100,000

PMT: 0

FV: Solve → **-102,469.5**

מדד ידוע

שלב 2 מצמידים את התוצאה

במידה וההחזר לאחר
חצי שנה

$$102,469.5 \times \frac{118}{116} = 104,236$$

מדד בסיס

שאלה 2

פותרים את השאלה ב-CMPD ורק לאחר מכן את התוצאה מצמידים:

CMPD:

Set: -

$n : 2.5$

$I\% = 5$

PV: 100,000

PMT: 0

FV: Solve → **-112,972.6**

$$112,972.6 \times \frac{126}{116} = 122,711$$

במידה וההחזר לאחר
2.5 שנים:

שאלה 3

פותרים את השאלה ב-CMPD ורק לאחר מכן את התוצאה מצמידים:

CMPD:

Set: -

$n: 5$

$I\% = 4$

PV: 55,000

PMT: 0

FV: Solve

→ -66,915.9

$$66,915.9 \times (1 + 3\%)^5 = 77,572$$

אינפלציה
קבועה
שנתית

שאלה 4

אין צורך לעשות את השלב הראשון עוד פעם כי הוא זהה

$$66,915.9 \times (1 + 1\%)(1 + 2\%)(1 + 3\%) = 71,004$$

שאלה 5

CMPD:

Set: -

$n : 48$

$I\% = 0.5$ ← $\frac{\text{ריבית נקובה}}{12} = \frac{6\%}{12} = 0.5\% \text{ חודשי}$

PV: 35,000

PMT: 0

FV: Solve

→ **-44,467**

$$44,467 \times (1 - 1\%)^4 = 42,715$$

ירידת מחירים
של 1%
לכן זה במינוס

שאלה 6

א. כמה כסף יצטבר בתוכנית עד לתאריך 30.6.2012?

CMPD:

Set: -

$n : 1$

$I\% = 5$

PV: 30,000

PMT: 0

FV: Solve

→ **31,500**

מדד ידוע 30.6.12

$$31,500 \times \frac{126}{130} = 30,530$$

מדד בסיס 30.6.11

ב. כמה כסף יצטבר בתוכנית עד לתאריך 1.1.2013?

CMPD:

Set: -

$n: 1.5$

$I\% = 5$

PV: 30,000

PMT: 0

FV: Solve



32,278

$$32,278 \times \frac{130}{130} = 32,278$$

שאלה 7

CMPD:

Set: End

$n : 11$

$I\% = 7$

PV: 150,000

PMT: Solve



-20,003

FV: 0

ההחזר החמישי קורה בשנה החמישית

$$20,003 \times (1 + 1.5\%)^5 = 21,549$$

אינפלציה שנתית
קבועה

שאלה 8

$$20,003 \times (1 + 5\%)^9 = 22,871$$

שאלה 9

CMPD:

Set: End

$$n : 144 = 12 \times 12$$

$$I\% = 0.58333$$

$$\frac{\text{נקובה שנתית}}{12} = \frac{7\%}{12} = 0.58333\% \text{ חודשי}$$

PV: 300,000

PMT: Solve

-3,085

FV: 0

נתון לנו שהאינפלציה השנתית היא 2.5% ושואלים אותנו מה ההחזר בתאריך 30.6.14 שזה לאחר 2.5 שנים ולכן

$$3,085 \times (1 + 2.5\%)^{2.5} = 3,281.4$$

שנתיים וחצי = 2.5
בחזקה

שאלה 10

$$3,085 \times \frac{142}{112} = 3,911.3$$

גובה ההחזר ב-30.4.17:

שאלה 11

נצטרך לבדוק מה יתרת ההלוואה לאחר 9 שנים שזה לאחר תשלום $9 \times 12 = 108$

נכניס לפונקציה AMRT:

AMRT:

pm1 = 108

pm2 = 108



BAL: Solve



99,916

את התוצאה הזו נצמיד לשינויים במחירים שנתונים לנו בשאלה

$$99,916 \times (1 + 2\%)^3 (1 + 3\%)^3 (1 + 4\%)^3 = \mathbf{130,330.8}$$



האינפלציה ב-9 שנים

יתרת ההלוואה
לאחר 9 שנים

שאלה 12

בתוכנית חיסכון עם הפקדות תקופתיות זהו המקרה החריג בו נצטרך להפוך את הריבית לנומינלית הכוללת גם את הריבית הריאלית וגם את האינפלציה

1. ראשית נטפל בריבית הנקובה הריאלית

$$\text{ריבית ריאלית חודשית אפקטיבית} \Rightarrow \frac{3\%}{12} = 0.25\% \Rightarrow \text{ריבית נקובה}$$

2. נהפוך את הריבית לנומינלית באמצעות פישור

$$I_n = (I_r \% + 1)(\pi \% + 1) - 1 = 0.35\% \quad \leftarrow \begin{array}{l} \text{ריבית} \\ \text{נומינלית} \\ \text{חודשית} \end{array}$$

CMPD:

Set: End

$$n : 54 = 12 \times 4.5$$

$$I\% = 0.35$$

PV: 0

PMT: -1000

FV: Solve

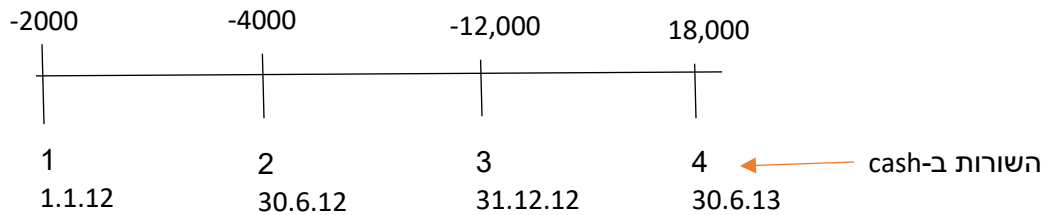


59,326

שאלות בנושא תזרים משתנה

שאלה 1

חיים מפקיד כל חצי שנה ולכן נצייר ציר עם מרווחים (תקופות) של חצאי שנים



cash

I%: $\Rightarrow$ IRR נבדוק כי אנחנו

Csh = D.editr x

- 1: -2000
- 2: -4000
- 3: -12,000
- 4: 18,000

IRR: Solve $\Rightarrow$ 0% ריבית חצי שנתית

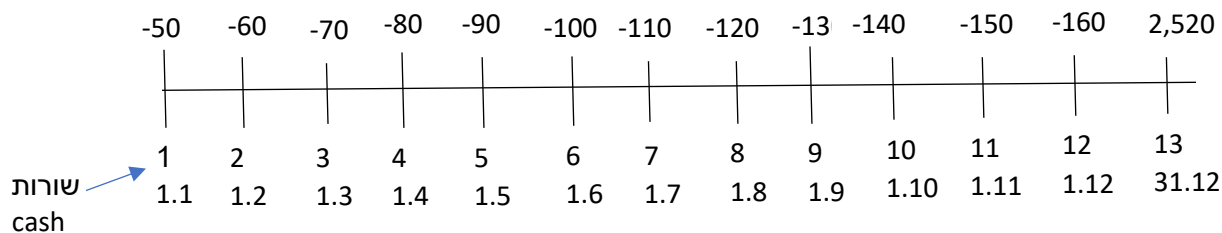
$$\boxed{0\%} = (1 + 0\%)^2 - 1$$

שנתית

חצי שנתית

אם הריבית החצי שנתית היא 0%
גם הריבית השנתית היא 0%

שאלה 2



עפ"י מנגנון שר
האוצר סך הסכום
מוכפל:

$$2,520 = 2 \times (50 + 60 + \dots + 160)$$

cash

לא משנה כי אנחנו נבדוק IRR: $\Rightarrow$

$$Csh = D.editor \times$$

1: -50

2: -60

3: -70

:

:

11: - 150

12: - 160

13: 2,520

הערה למחשבון -

בפונקציית IRR ← Cash
לוקח לפעמים למחשבון הרבה
זמן לחשב.

להמתין בסבלנות!!!!

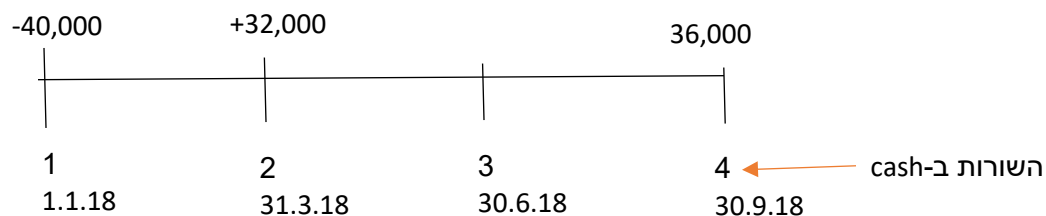


IRR: Solve $\Rightarrow$ 12.24% תשואה חודשית

התשואה המתקבלת ב-IRR במונחי זמן היא בהתאם למונחי השורות אך כל שורה (התקופה) מייצגת

חודש. ה-IRR הוא במונחים חודשיים.

שאלה 3



צריך שהמרווחים בציר התזרים יהיו שווים ולכן נבנה ציר עם מרווחים של רבעון בהתאם לנתוני השאלה

cash

$$Csh = D.editor \times$$

1: -40,000

2: 32,000

3: 0

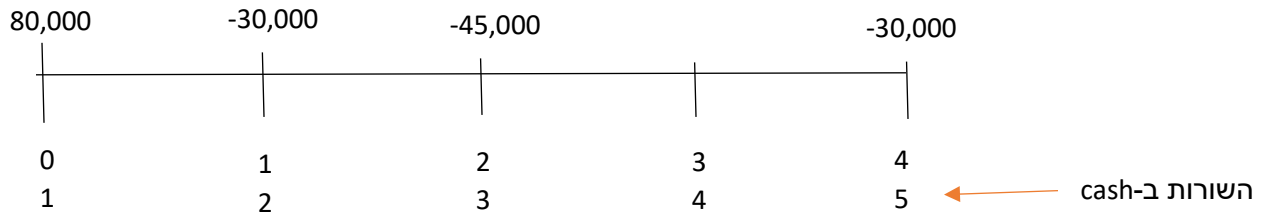
4: 36,000

IRR: Solve $\Rightarrow 31.8\%$ ריבית רבעונית

$$I \% = (1 + 31.8\%)^4 - 1 = 2.01 \times 100 = 201\%$$

ריבית
שנתית

שאלה 4



מרווחי הזמן בציר הם חצאי שנים (כל 6 חודשים)

cash

Csh = D.editor x

1: 80,000

2: -30,000

3: -45,000

4: 0

5: -30,000

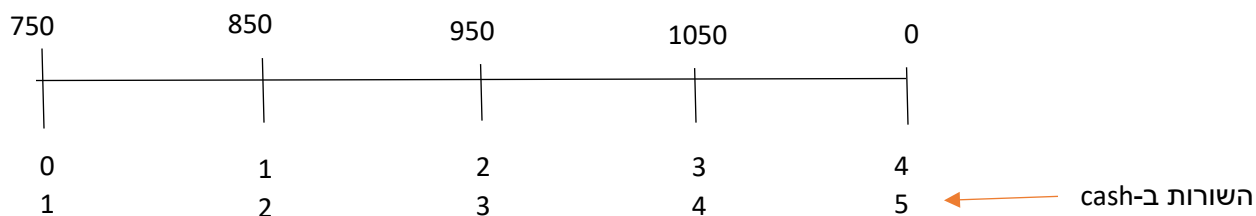
IRR: Solve $\Rightarrow 13.12\%$ ריבית חצי שנתית

$$I \% = (1 + 13.12\%)^2 - 1 = 27.96\%$$

ריבית
שנתית

שאלה 5

ריבית שנתית נקובה מחושבת רבעונית $2\% = \frac{8\%}{4}$ ריבית אפקטיבית לרבעון



cash

I%: 2

Csh = D.editor x

1: 750

2: 850

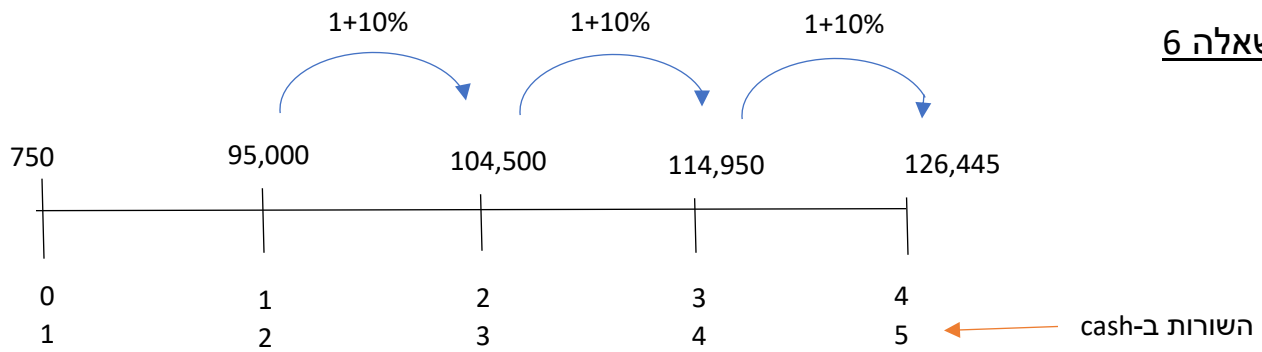
3: 950

4: 1050

5: 0

NFV: Solve $\Rightarrow 3,773$

שאלה 6



cash

I%: 5

Csh = D.editor x

1: 0

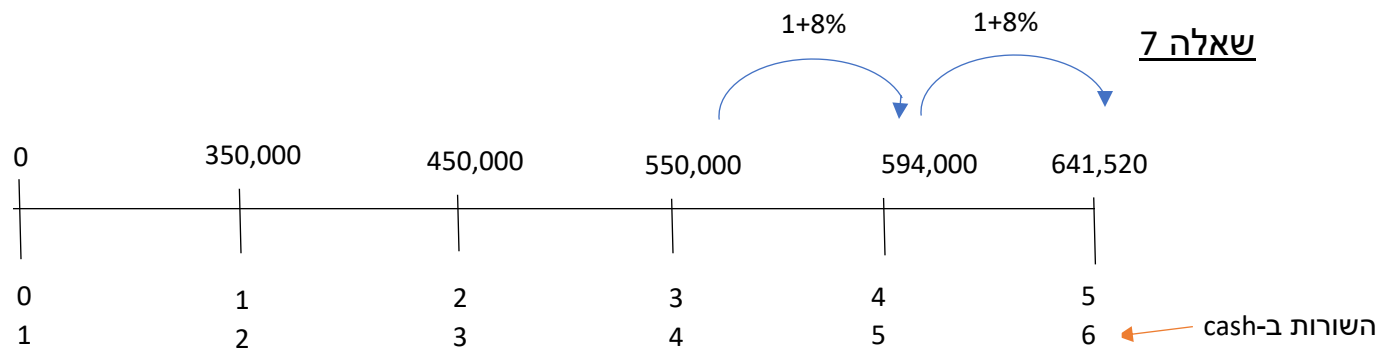
2: 95,000

3: 104,500

4: 114,950

5: 126,445

NFV: Solve $\Rightarrow$ 472,328



cash

I%:10

Csh = D.editor x

1: 0

2: 350,000

3: 450,000

4: 550,000

5: 594,000

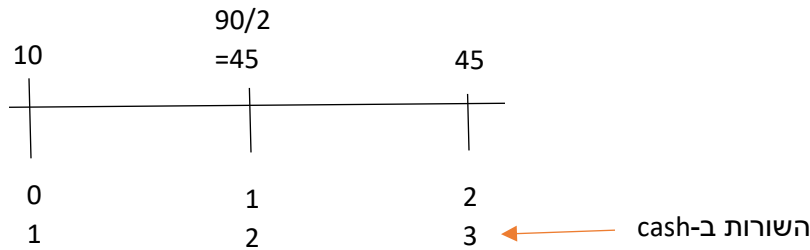
6: 641,520

NPV: Solve $\Rightarrow 1,907,349$

שאלה 8

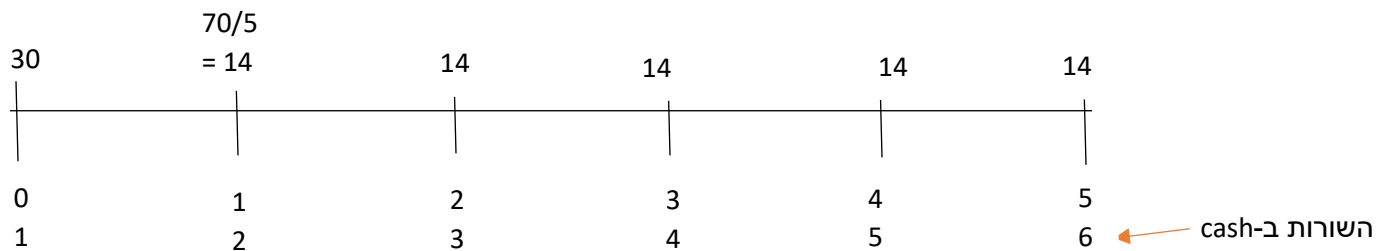
בגלל שאין את סכום ה-BMW נציב 100 כסכום המכונית

מסלול 1:



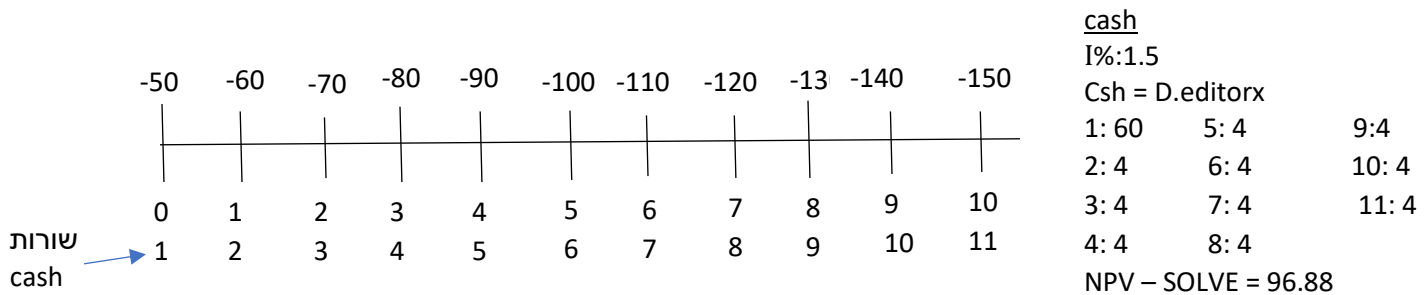
cash
I%:1.5
Csh = D.editor x
1: 10
2: 45
3: 45
NPV : SOLVE = 98.01

מסלול 2:



cash
I%:1.5
Csh = D.editor x
1: 30 5: 14
2: 14 6: 14
3: 14
4: 14
NPV : SOLVE = 96.95

מסלול 3:



cash
I%:1.5
Csh = D.editor x
1: 60 5: 4 9: 4
2: 4 6: 4 10: 4
3: 4 7: 4 11: 4
4: 4 8: 4
NPV – SOLVE = 96.88

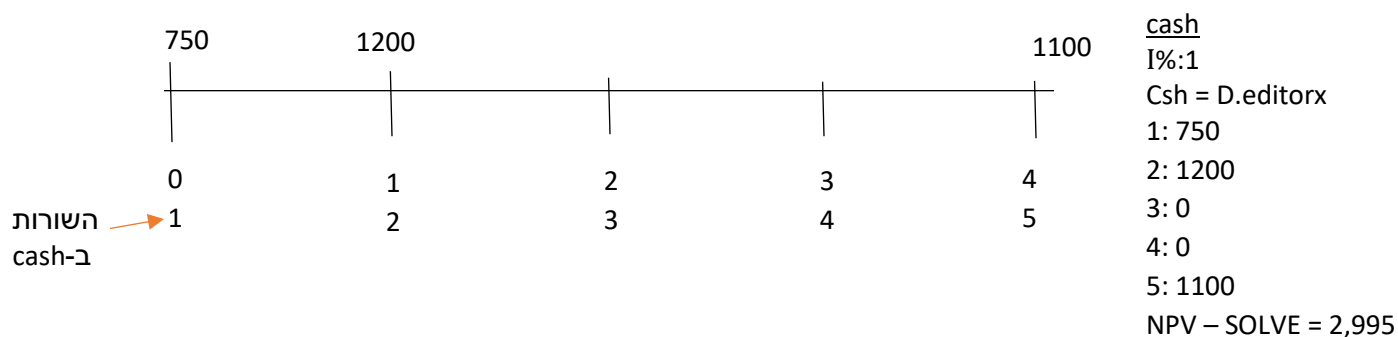
המחיר הכי נמוך זהו המסלול השלישי = 96.88 ולכן ייבחר בו.

שאלה 9

כן, ניתן לקבוע. נעשה היוון ל-2 המסלולים והמחיר היותר נמוך הוא יהיה עם העלות הכי נמוכה ובו תבחר אלינורי

מסלול 1: 3,000 ש"ח

מסלול 2:



אלינור תבחר במסלול 2 שהוא יותר זול
 $\text{מסלול 1} < \text{מסלול 2}$
 $3000 < 2,995$

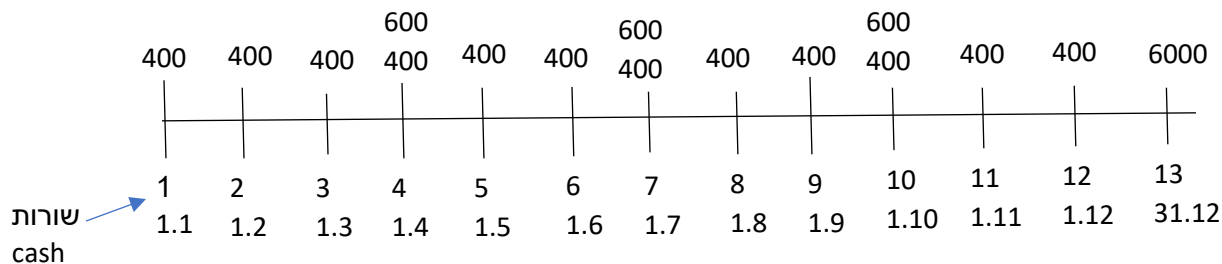
שאלה 10

מסלול מספר 2 הוא יותר זול ממסלול מספר 1 ב-5 ש"ח $3,000 - 2,995 = 5$

ולכן ההטבה צריכה להיות לפחות 5 ש"ח ומעלה.

זאת אומרת שייתן לה הנחת מזומן מעל 5 ש"ח ואז היא תעדיף מזומן.

שאלה 11



cash

I%: 0.4

Csh = D.editorx

1: 400 6: 400 11: 400

2: 400 7: 1000 12: 400

3: 400 8: 400 13: 600

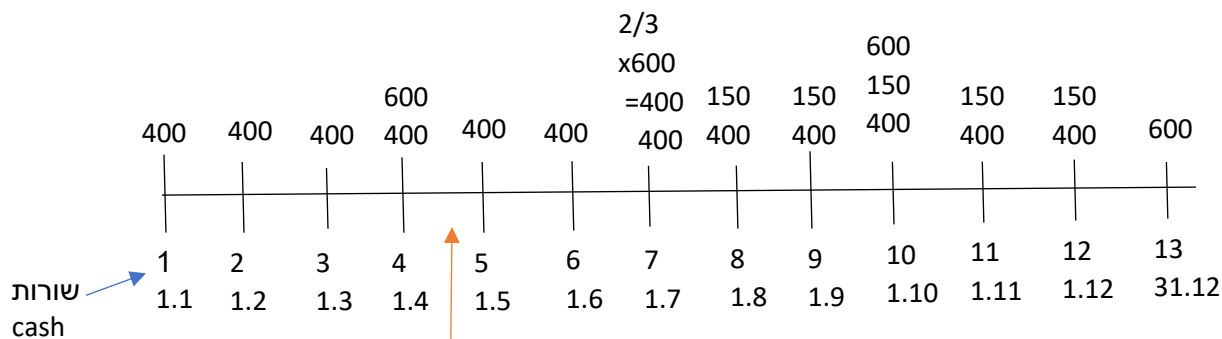
4: 1000 9: 400

5: 400 10: 1000

הבונס
מגיע בסוף
כל רבעון

NPV – SOLVE = 7,025

שאלה 12



cash

I%: 0.4

Csh = D.editorx

1: 400 6: 400 11: 550 13: 600

2: 400 7: 800 12: 550

3: 400 8: 550 = 400+150 (מהדודה)

4: 1000 9: 550

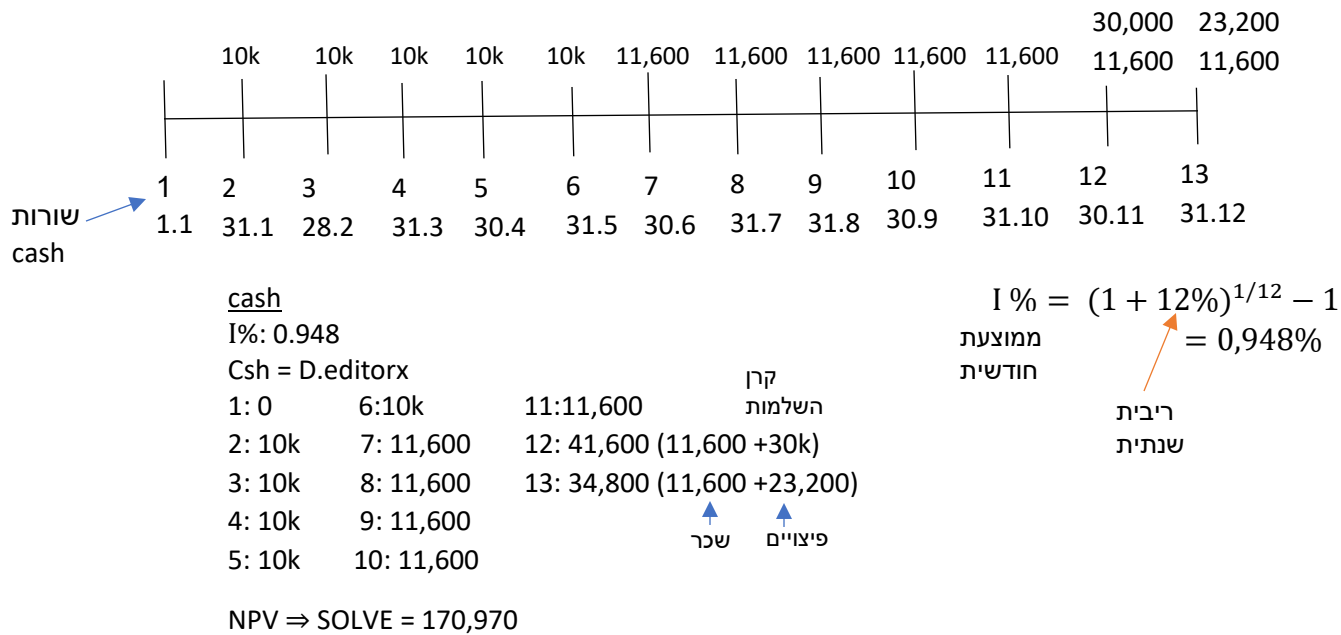
5: 400 10: 1150 = 400+600+150

NPV – SOLVE = 7,553

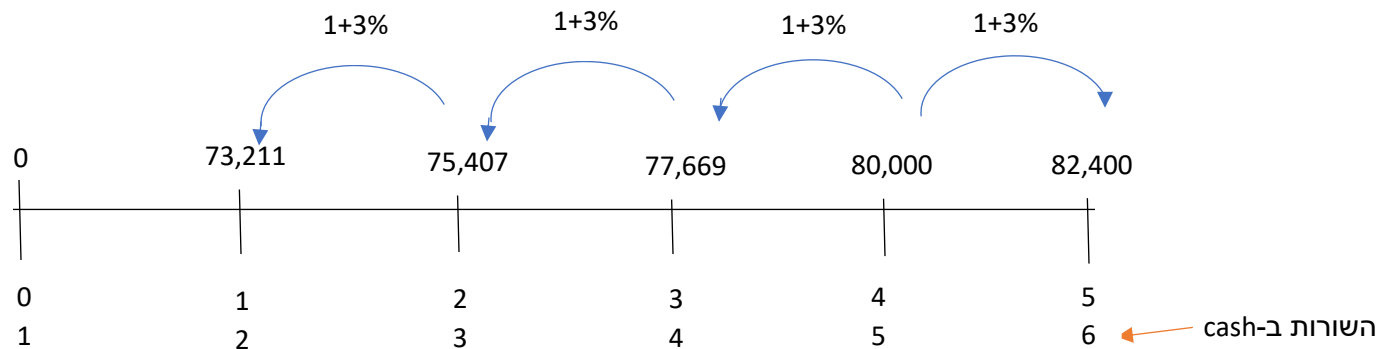
בונס

הדודה

שאלה 13



שאלה 14



cash

I%: 2

Csh = D.editorx

1: 0 4: 77,669

2: 73,211 5: 80,000

3: 75,407 6: 82,400

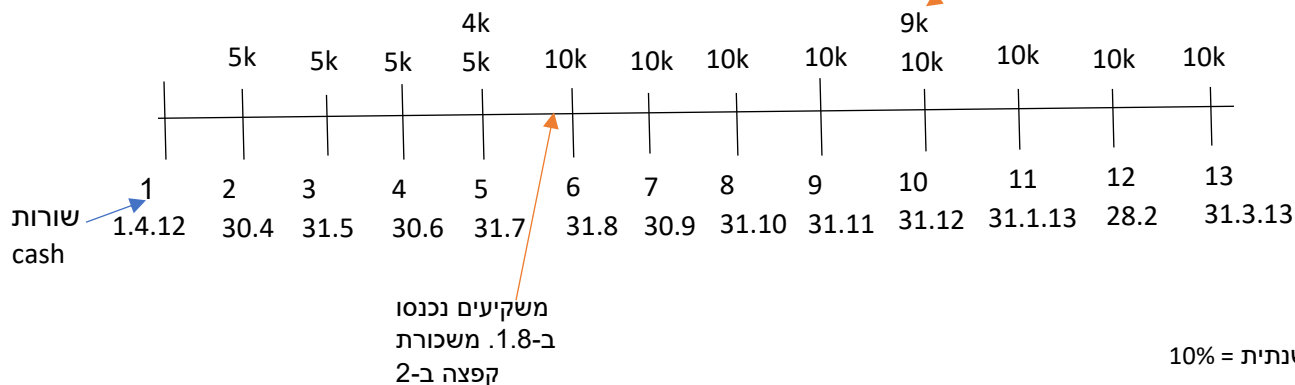
NFV: Solve $\Rightarrow$ 472,328 : הסכום שיצטבר בסוף התקופה

שאלה 15

בונוס גיוס למשקיעים ב-1.8

$$4,000 = 1,000 \times 4$$

בונוס
שנתי



cash

I%: 0.797

Csh = D.editorx

1: 5k 6: 10k 11: 10k

2: 5k 7: 10k 12: 10k

3: 5k 8: 10k 13: 10k

4: 5k 9: 10k

5: 9k 10: 19k (10k+9k בונוס שנתי)

(גיוס משקיעים 5k+4k)

NPV – SOLVE = 106,654.5

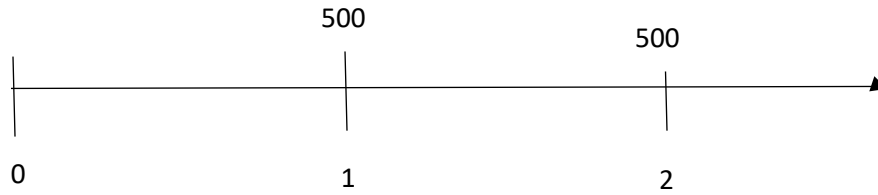
$$I \% = (1 + 10\%)^{1/12} - 1 = 0.797\%$$

חודשית

ריבית
שנתית

שאלות בנושא תזרים אינסופי

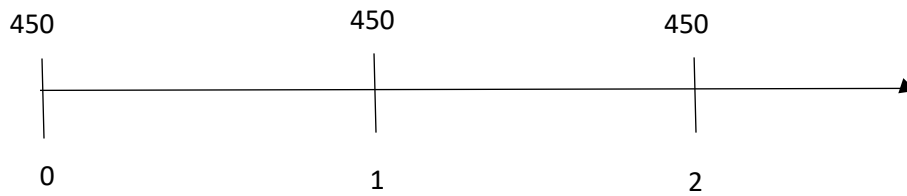
שאלה 1



$$PV_t = \frac{PMT(t+1)}{(I\% - g\%)} + PMT_t$$

$$PV_0 = \frac{500}{7\%} = 7,142.8$$

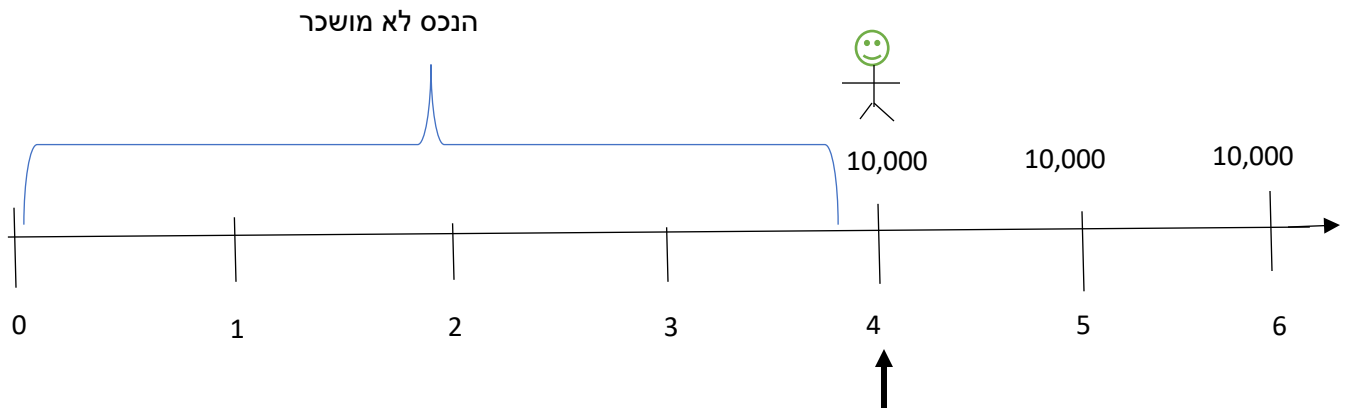
שאלה 2



$$PV_t = \frac{PMT(t+1)}{(I\% - g\%)} + PMT_t$$

$$PV_0 = \frac{500}{7\%} + 450 = 15,450$$

שאלה 3

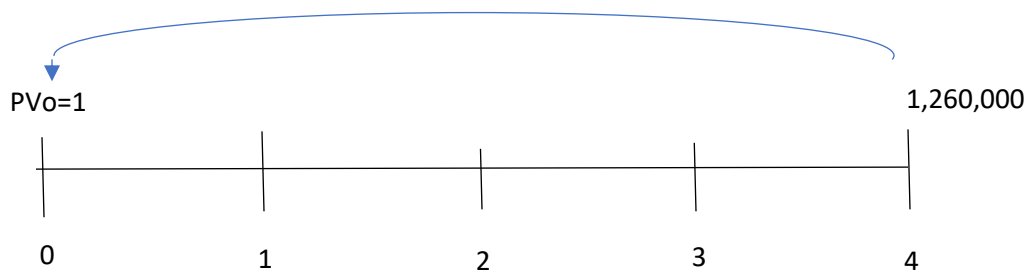


שלב ראשון: נהוון את התזרים האינסופי ל-PV4

$$PV_4 = \frac{PMT_5}{(I\% - g\%)} + PMT_4$$

$$PV_4 = \frac{10,000}{0.8\%} + 10,000 = 1,260,000$$

שלב שני: נהוון את PV4 ל-PV0



CMPD

set: -

n: 4

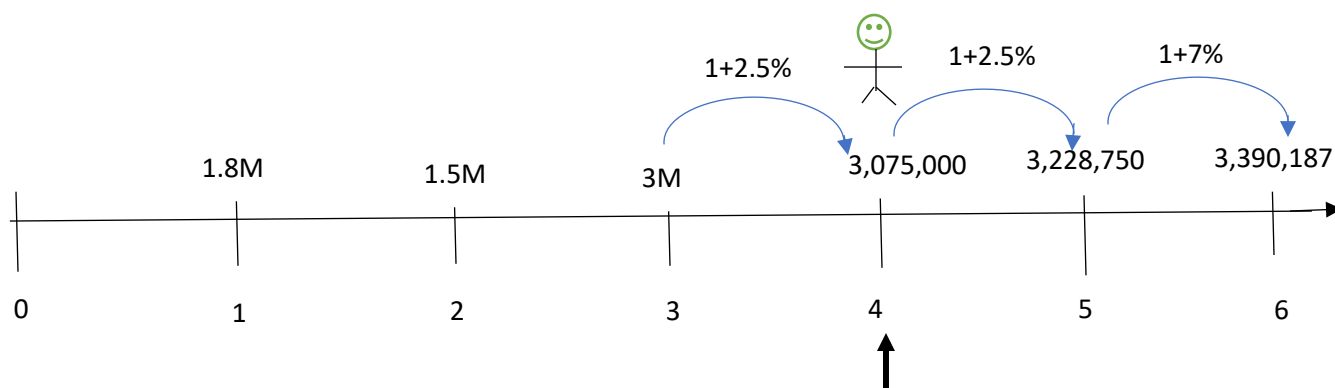
I%: 0.8

PV: solve → 1,220,473

PMT: 0

FV: 1,260,000

שאלה 4

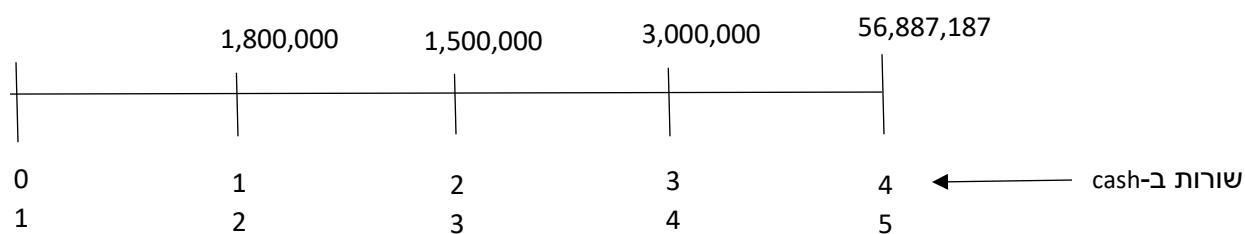


שלב ראשון: נהוון את התזרים האינסופי מהשנה שבה מתחיל התזרים לשמור על חוקיות קבועה

$$PV_4 = \frac{PMT_5}{(I\% - g\%)} + PMT_4$$

$$PV_4 = \frac{3,228,750}{(11\% - 5\%)} + 3,075,000 = 56,887,500$$

שלב שני:



cash

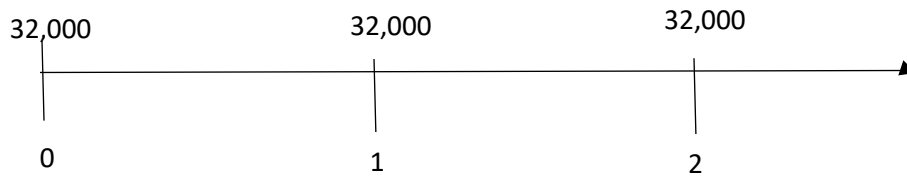
I%:2

Csh = D.editorx

1: 0 4: 3,000,000
 2: 1,800,000 5: 56,887,187
 3: 1,500,000
 NfV: Solve ⇒ 42,506,187

שאלה 5

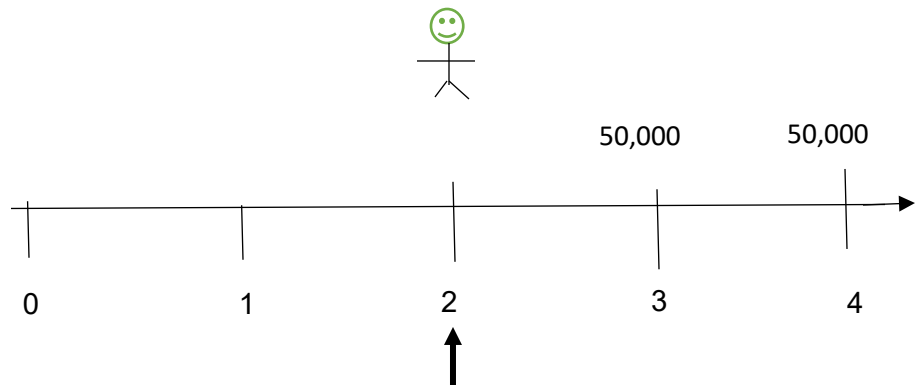
א.



$$PV_0 = \frac{PMT_1}{(I\% - g\%)} + PMT_0$$

$$PV_0 = \frac{32,000}{10\%} + 32,000 = 352,000$$

ב.



שלב ראשון:

$$PV_2 = \frac{PMT_3}{(I\% - g\%)} + PMT_2$$

$$PV_2 = \frac{50,000}{10\%} = 500,000$$

שלב שני: נהוון את PV2 ל-PV0

CMPD

set: -

n: 2

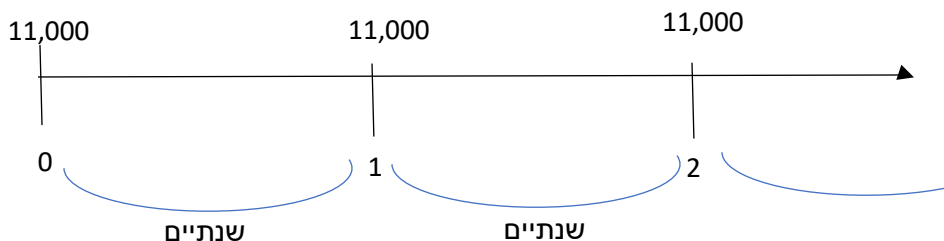
I%: 10

PV: solve → 413,223 = PV_0

PMT: 0

FV: 500,000

ג.



התשלום מתקבל כל שנתיים ולכן נצטרך ראשית למצוא את הריבית האפקטיבית הדו-שנתית וישר להציב בנוסחה:

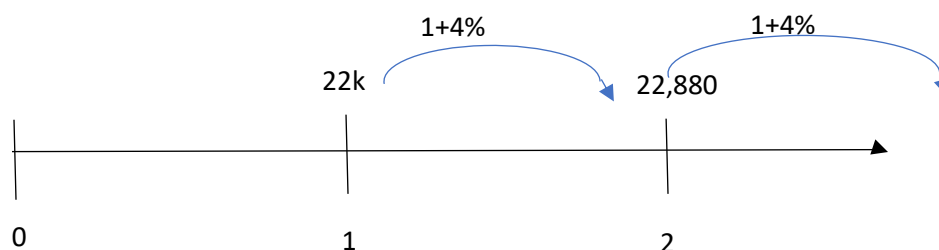
$$I \% = (1 + 10\%)^2 - 1 = 21\%$$

ריבית
דו-שנתית

$$\frac{PMT_0}{(I\% - g\%)} + PMT_0$$

$$PV_0 = \frac{110,000}{21\%} + 110,000 = 633,809$$

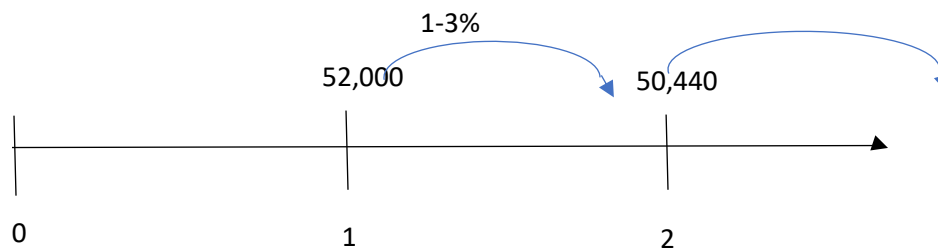
ד.



$$PV_0 = \frac{PMT_1}{(I\% - g\%)} + PMT_0$$

$$PV_0 = \frac{22,000}{(10\% - 4\%)} + 0 = 366,666$$

ה.



$$PV_0 = \frac{PMT_1}{(I\% - g\%)} + PMT_0$$

$$PV_0 = \frac{52,000}{(10\% + 3\%)} + 0 = 400,000$$

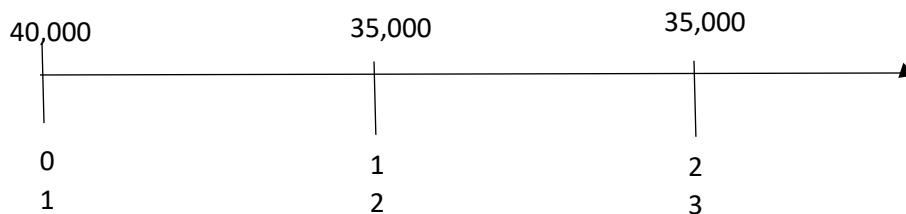
ההיפך מצמיחה אז
הפלוס הפך למינוס

הערך הנוכחי הגבוה ביותר הוא מסלול ג' $\leftarrow 633,809$

שאלה 6

משקיע א': $150,000$

משקיע ב':



cash

I%:8

Csh = D.editorx

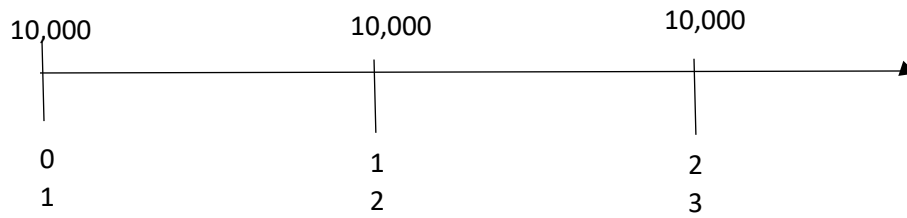
1: 40,000

2: 35,000

3: 35,000

NFV: Solve $\Rightarrow 102,414$

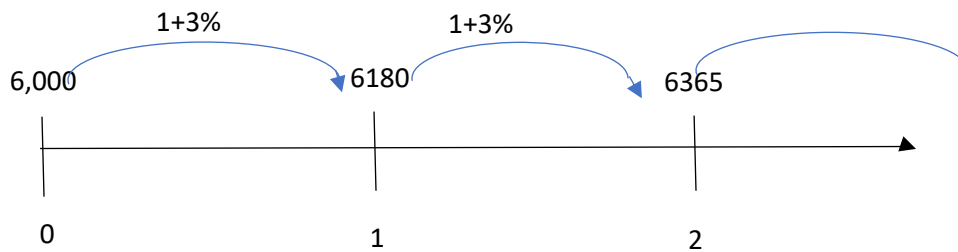
משקיע ג':



$$PV_0 = \frac{PMT_1}{(I\% - g\%)} + PMT_0$$

$$PV_0 = \frac{10,000}{8\%} + 10,000 = 135,000$$

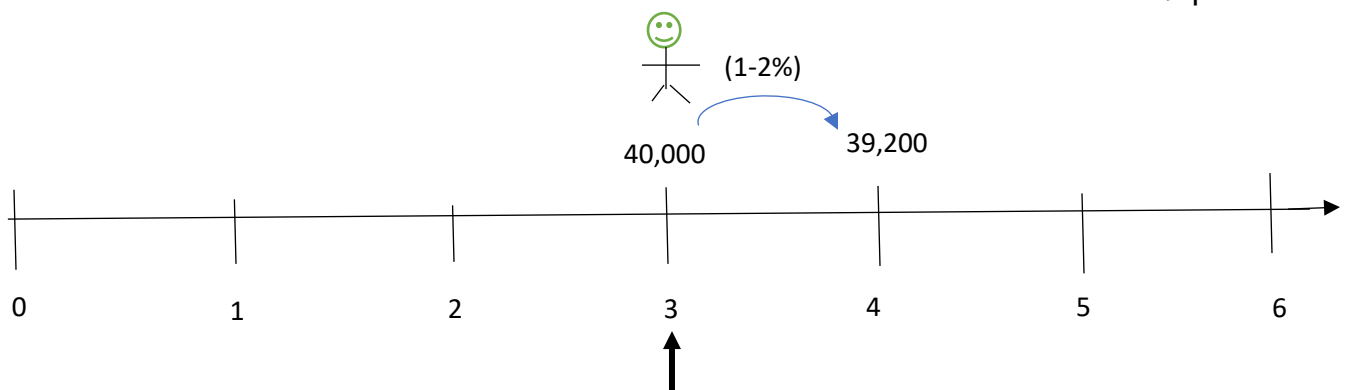
משקיע ד':



$$PV_0 = \frac{PMT_1}{(I\% - g\%)} + PMT_0$$

$$PV_0 = \frac{6,180}{(8\% - 3\%)} + 6,000 = 129,600$$

משקיע ד':



שלב ראשון: נהוון את התזרים האינסופי מאיפה שהוא מתחיל (אפשר גם מ-PV2)

$$PV_3 = \frac{PMT_4}{(I\% - g\%)} + PMT_3$$

$$PV_3 = \frac{39,200}{(8\% + 2\%)} + 40,000 = 432,000$$

קישור

שלב שני: נהוון את PV3 ל-PV0

CMPD

set: -

n: 3

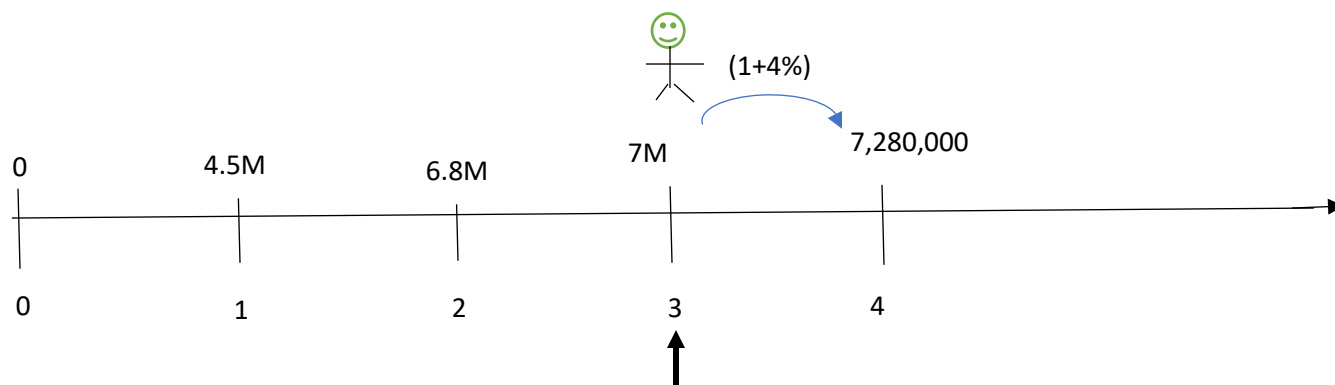
I%: 8

PV: solve → 342,935

PMT: 0

FV: 432,000

שאלה 7

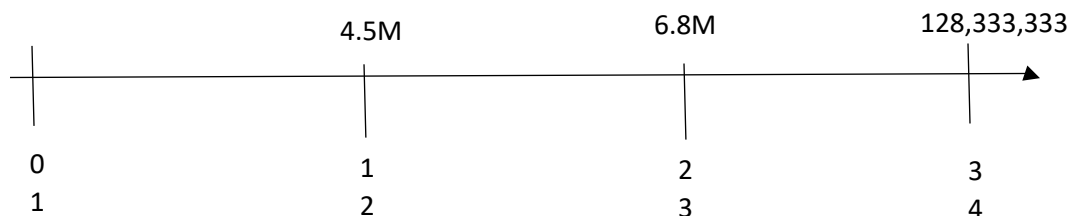


שלב ראשון: היוון תזרים מזומנים ל-PV3

$$PV_3 = \frac{PMT_4}{(I\% - g\%)} + PMT_3$$

$$PV_3 = \frac{7,280,000}{(10\% - 4\%)} + 7,000,000 = 128,333,333$$

שלב שני: cash



cash

I%:10

Csh = D.editorx

1: 0

2: 4,500,000

3: 6,800,000

4: 128,333,333

NFV: Solve $\Rightarrow 106,129,480 (1.0612948 \times 10^8)$

שאלות בנושא כדאיות השקעה

שאלה 1

בחינת כדאיות השקעה נבחנת מול קריטריון ראשון NPV. ולכן נציב את התזרים ב-cash:

cash

I%: 4

Csh = D.editorx

1: -450

2: 100

3: 200

4: 200

NFV: Solve $\Rightarrow$ 8.86

יעקב מרוויח מההשקעה ולכן **ההשקעה כדאית**

שאלה 2

למדנו בכיתה שכאשר $IRR > K$ הפרויקט כדאי ולכן נחשב את IRR:

cash

I%: לא משנה

Csh = D.editorx

1: -1,500

2: 450

3: 600

4: 500

IRR: Solve $\Rightarrow$ 1.63%

$K > 1.63\% \Leftarrow$ עבור כל מחיר הון הקטן מ-1.63%

שאלה 3

כמו בשאלה הקודמת - כאשר $K > IRR$ הפרויקט כדאי

cash

I%: לא משנה

Csh = D.editorx

1: -20,000

2: 6,000

3: 7,000

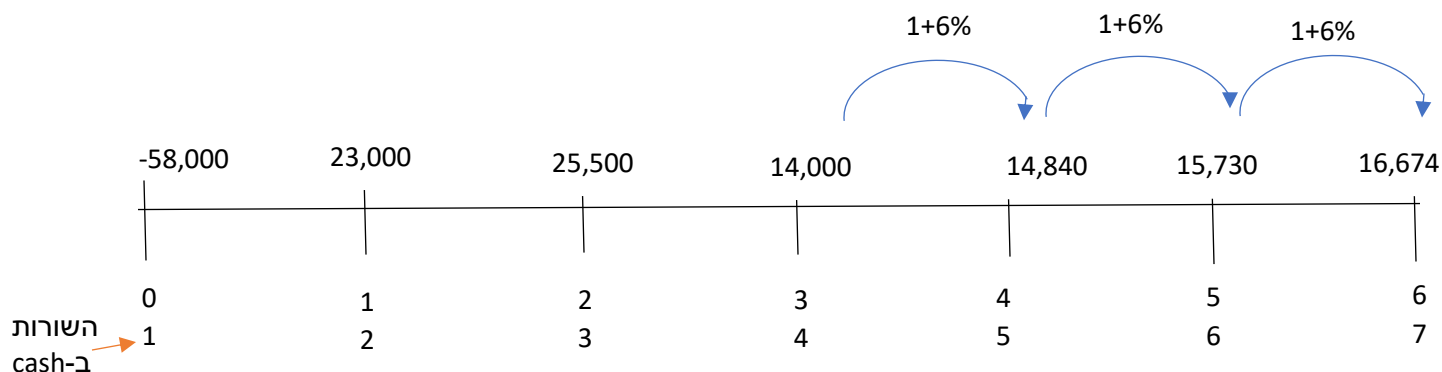
4: 7,000

5: 6,000

IRR: Solve $\Rightarrow$ 11.36%

$K > 11.36\% \Leftarrow$ עבור כל מחיר הון הקטן מ-11.36%

שאלה 4



cash

I%: 10%

Csh = D.editorx

1: -58,000

2: 23,000

3: 25,500

4: 14,000

5: 14,840

6: 15,730

7: 16,674

NFV: Solve $\Rightarrow$ 23,816.8

שאלה 5

cash

I%: לא משנה

Csh = D.editorx

1: -12,000

2: 3,000

3: 6,500

4: 2,500

5: 4,000

IRR: Solve $\Rightarrow$ 12.72%

12.72% > K $\Leftarrow$ עבור כל מחיר הון הקטן מ-12.72%

שאלה 6

NPV K=7%	4	3	2	1	0	
2,031	1,000	2,500	8,500	3,000	-11,000	A
9,754		7,000	5,000	5,000	-5,000	B

Cash

I%: 7

Csh = D.editorx

1: -11,000

2: 3,000

3: 8,500

4: 2,500

5: 1,000

NFV: Solve $\Rightarrow$ 2,031

Cash

I%: 7

Csh = D.editorx

1: -5,000

2: 5,000

3: 5,500

4: 7,000

NFV: Solve $\Rightarrow$ 9,754

שני הפרויקטים עם NPV חיובי ולכן המשקיע יהיה מעוניין ליישם את שניהם

שאלה 7

	K=10%	3	2	1	0	
	4,957	1000	3000	8,500	-6000	A
	5,330	-	7000	5,000	-5000	B
	5,026	20,000	0	0	-10,000	C
יבחר בפרויקט D	8,638	8,000	10,000	7,000	-12,000	D

Cash - A

I%: 10

Csh = D.editorx

1: -6,000

2: 8,500

3: 3,000

4: 1,000

Cash - B

I%: 10

Csh = D.editorx

1: -5,000

2: 5,000

3: 7,000

Cash - C

I%: 10

Csh = D.editorx

1: -10,000

2: 0

3: 0

4: 20,000

Cash - D

I%: 10

Csh = D.editorx

1: -12,000

2: 7,000

3: 10,000

4: 8,000

NFV: Solve $\Rightarrow$ 4,957

NFV: Solve $\Rightarrow$ 5,330

NFV: Solve $\Rightarrow$ 5,026

NFV: Solve $\Rightarrow$ 8,638

שאלה 8

	NPV K=12%	2	1	0	
	1,019	3000	8,500	-11,000	A
יבחר בפרויקט B	2,116	7000	9,000	-11,500	B
	627	8000	7,000	-12,000	C

שאלה 9

הרווחיות של פרויקט C במונחי זמן 0 – 627 ₪

הרווחיות של פרויקט B (הפרויקט הנבחר) במונחי זמן 0 – 2,116 ₪

הפער ברווחיות = 2116 – 627 = 1,489

ולכן אם מציעי פרויקט C ייתנו מענק גדול מ-1,489 ₪ חיים ייבחר בפרויקט C.

שאלה 10

NPV K=10%	4	3	2	1	0	
62.6	45	45	45	45	-80	A
81.9	70	70	70	70	-140	B

המשקיע ייבחר בפרויקט B

שאלה 11

$$NPV_B - NPV_A$$

$$81.9 - 62.6 = 19.3$$

ההפרש בין הרווחיות בין שני הפרויקטים הוא 19.3 ואם המוכרים של פרויקט A יתנו הנחה הגדולה מ-19.3 נבחר בפרויקט A.

שאלה 12

מפונקציית cash

	IRR	
k < 42.6% : A	1,019	A
k < 34.9% : B	2,116	B

$$K < IRR$$

שאלה 13

	2	1	0	
	50,000	50,000	(-70,000)	A
	25,000	25,000	(-40,000)	B
IRR הפרשי 42.01%	25,000	25,000	-30,000	A-B

Cash

1: -30,000
2: 25,000
3: 25,000

50,000
-25,000
25,000

-70,000
+ -40,000
-30,000

$$IRR: \text{Solve} \Rightarrow 42.01\%$$

שאלה 14

המשקיע יהיה אדיש בבחירה בין 2 הפרויקטים במקום מפגש של הגרפים ב-IRR ההפרש

	3	2	1	0	
	160	140	160	-300	A
	50	120	70	-150	B
	110	20	90	-150	A-B

Cash

1: -150

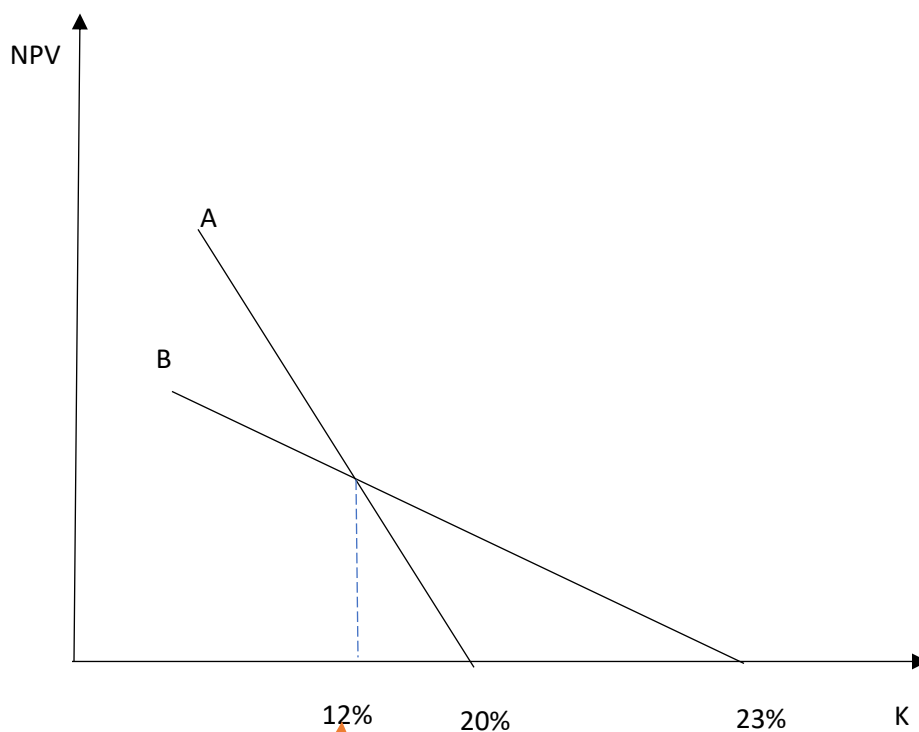
2: 90

3: 20

IRR: Solve $\Rightarrow$ **21.05%**

אם ה-IRR של המשקיע הוא 21.05% הוא יקבל את אותו NPV בפרויקט A ופרויקט B ולכן יהיה אדיש בבחירה ביניהם.

שאלה 15



אדיש ולכן פה הם נפגשים

יוצא מזה:

$K > 12\%$ פרויקט B עדיף

$K < 12\%$ פרויקט A עדיף

$K = 12\%$ אדיש בין A ל-B

לגבי הטענות:

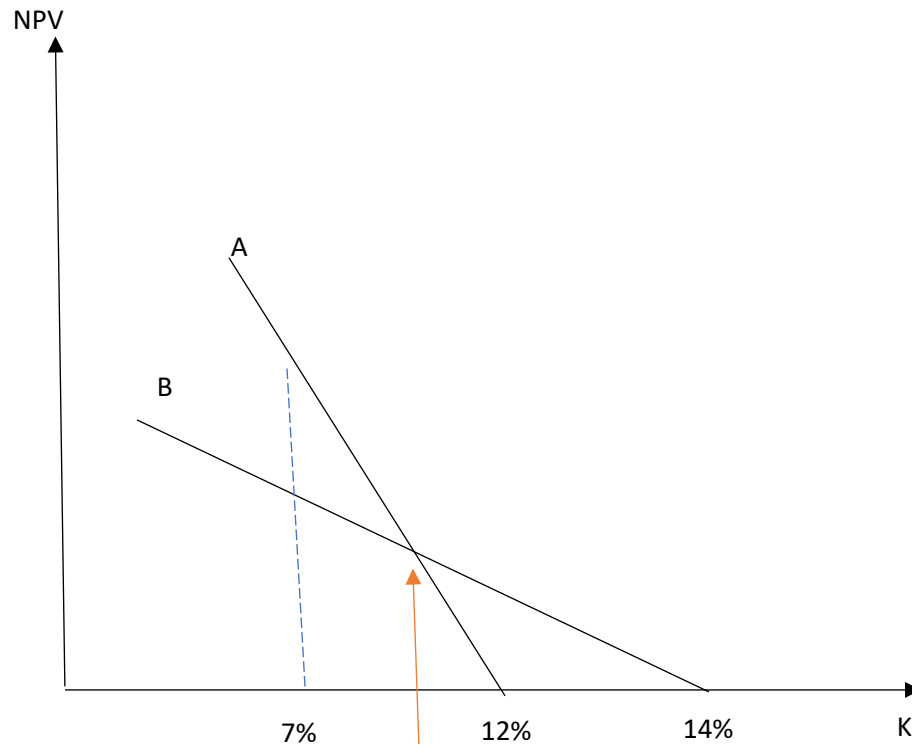
א. נכונה

ב. נכונה

ג. לא נכונה

שאלה 16

בשאלה לא נתנו לו את נקודת המפגש ביניהם אלא נקודה שבה A עדיף על B



מה שניתן להבין מהגרף הוא:

א. מתחת ל-7% A עדיף

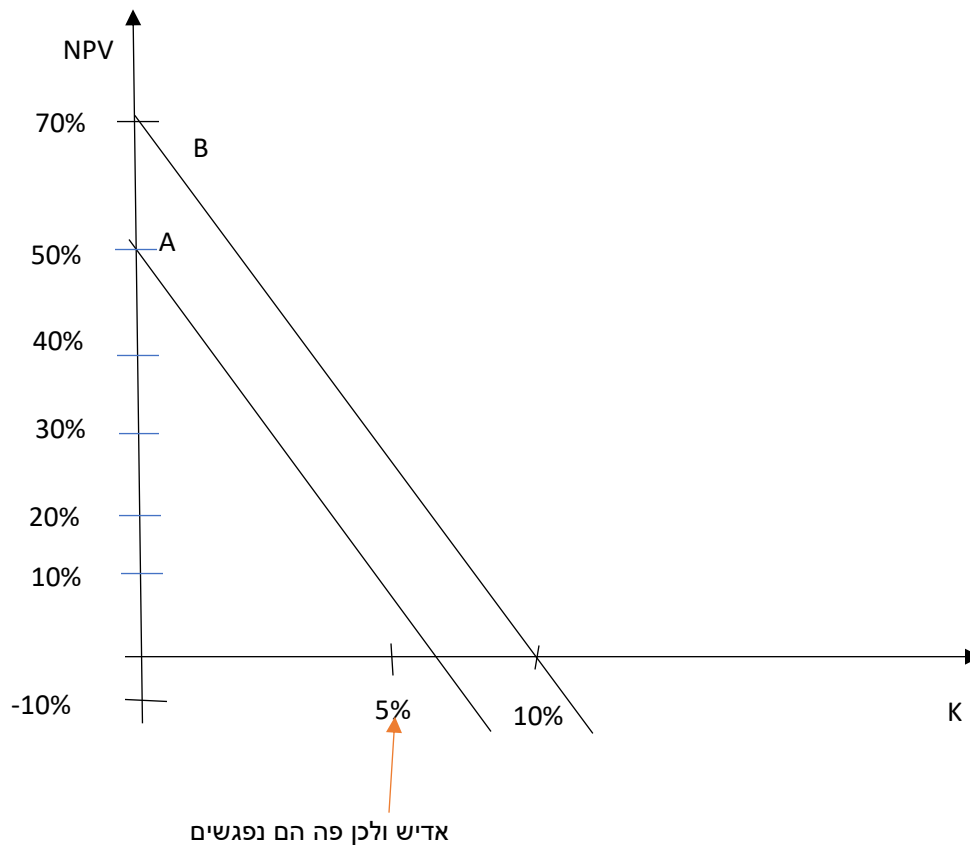
ב. מעל 12% B עדיף

נק' המפגש לא ידועה אך היא
נמצאת איפשהו בין 12%-ל-7%

שאלה 17

המשקיע יהיה אדיש בבחירה בין 2 הפרויקטים במקום מפגש של הגרפים ב-IRR ההפרש

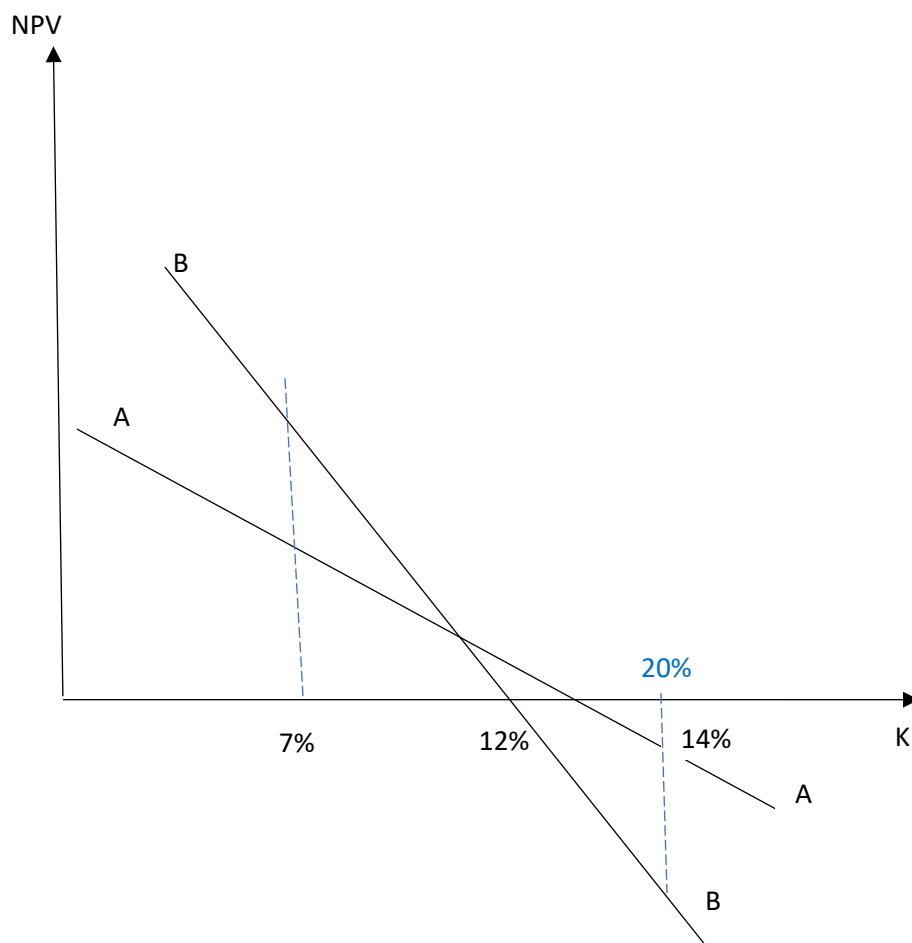
	k=10%	k=5%	k=0%	
פרויקט A NPV	-10	20	50	
פרויקט B NPV	-5	35	70	



לגבי המשפטים:

- לא נכון. בנק' $k=5\%$ B עדיף על A. זה גם נתון בטבלה $NPV_A < NPV_B$
- לא נכון, B עדיף על A והם כמעט מקבילים בין $0\% < K < 10\%$
- נכון, פרויקט B בנקודה גדולה יותר מ-A על ציר K ולכן שיעור התשואה הפנימית שלו גדולה יותר

שאלה 19



בנק' $k < 7\%$ - B עדיף
 $7\% < K < 20\%$ לא ניתן לדעת
 $k < 7\%$ - A עדיף

שאלה 20

NPV	IRR	3	2	1	0	
	23.37%	?	50	50	(100)	A
11.05		10	?	60	(64)	B
	24.38%	81	?	30	(105)	C

פרויקט A

שלב 1 נציב 0 בשנה 3 ונהוון הכל ע"פ IRR

Cash

I%: 23.37

1: -100

2: 50

3: 50

4: 0

NPV: Solve $\Rightarrow$ -26.62

שווי מהוון של התזרים
בשנה השלישית

שלב 2 – עיתוד:

CMPD

set: -

n: 3

I%: 23.37

PV: -26.62

PMT: 0

FV: solve $\Rightarrow$ 49.98

תזרים שנה שלישית

פרויקט A – חישוב NPV_4

Cash

I%: 10

1: -100

2: 50

3: 50

4: 49.98

NPV: Solve $\Rightarrow$ 24.32

פרויקט B

שלב 1 נציב 0 בתזרים החסר ונשווה ל-NPV בהיוון של 10%

Cash

I%: 10

1: -64

2: 60

3: 0

4: 10

NPV: Solve $\Rightarrow$ -1.94

$11.05 - (-1.94) = 12.99$

ניתן לעשות גם דרך
הנוסחא או דרך ה-CMPD

שלב 2 – עיתוד:

שנה 2 $\leftarrow 12.99(1 + 10\%)^2 = 15.71$

נמצא את ה-IRR:

Cash

I%:

1: -64

2: 60

3: 15.71

4: 10

IRR: Solve $\Rightarrow$ 23.77%

CMPD

set: -

n: 3

I%: 23.37

PV: -26.62

PMT: 0

FV: solve $\Rightarrow$ 49.98

תזרים שנה שלישית

פרויקט A – חישוב NPV_A

Cash

I%: 10

1: -100

2: 50

3: 50

4: 49.98

NPV: Solve $\Rightarrow$ 24.32

פרויקט C

שלב 1 נציב 0 בשנה 2 ונהוון ב-IRR

Cash

I%: 24.38

1: -105

2: 30

3: 0

4: 81

NPV: Solve $\Rightarrow$ -38.78

שלב 2 – עיתוד:

CMPD

set: -

n: 2

I%: 24.38

PV: -38.78

PMT: 0

FV: solve $\Rightarrow$ 59.99 

התזרים בשנה השניה

מציאת NPV

Cash

I%: 10

1: -105

2: 30

3: 59.99

4: 81

NPV: Solve $\Rightarrow$ 32.7 NPV

שאלה 21

בגלל שניתן להשקיע מספר פעמים וגם באופן חלקי נשקיע איפה שמדד הרווחיות יותר גבוה
במילים אחרות איפה ששקל השקעה נותן את הערך הכי גבוה

$$PI = \frac{NPV}{I} + 1$$

היקף השקעה

פרויקט B

Cash

I%: 10

Csh = D.editorx

1: -14,000

2: 9,000

3: 9,000

4: 8,000

NFV: Solve $\Rightarrow$ 7,630

$$PI_B = \frac{7,630}{14,000} + 1 = 1.545$$

$$1.545 = PI_B > PI_A = 1.5166$$

נבחר ב- PI_B בפרויקט B

פרויקט A

Cash

I%: 10

Csh = D.editorx

1: -10,000

2: 5,000

3: 5,000

4: 5,000

5: 4,000

NFV: Solve $\Rightarrow$ 5,166

$$PI_A = \frac{5,166}{10,000} + 1 = 1.5166$$

שאלה 22

בהשקעה מחזורית נבחר ע"פ רווח תקופתי ממוצע

פרויקט A: $NPV_A: 5,166$ חישוב ממוצע רווח תקופתי

CMPD

set: End

n: 4

I%: 10

PV: -5,166

PMT: solve $\Rightarrow 1,629$

FV: 0

פרויקט B: $NPV_B: 5,166$ חישוב ממוצע רווח תקופתי

CMPD

set: End

n: 3

I%: 10

PV: -7,630

PMT: solve $\Rightarrow 3,068$

FV: 0

נבחר בפרויקט B

נתונים לשאלות 23-25

K=9% NPV	K=7% NPV	IRR	3	2	1	0	
-74	68.5	7.94%	2000	1200	950	-3,500	A
3,541	3,924	38.27%	6000	4000	-500	-4000	B
535.9	568	83.9%	350	350	350	-350	C

שאלה 23: פרויקט C: 83.9%

שאלה 24: פרויקט B ופרויקט C הם בעלי NPV הגבוה יותר

שאלה 25: מדד הרווחיות

$$PI_A = \frac{-74}{3,500} + 1 = 0.978$$

$$PI_B = \frac{3,541}{4,000} + 1 = 1.885$$

$$PI_C = \frac{535.9}{350} + 1 = 2.531$$

שאלה 26

K=11% NPV	5	4	3	2	1	0	
427.9	50	200	180	320	250	-350	פרויקט A
182.4	-	100	150	150	150	-250	פרויקט B

מציאת PMT רווח תקופתי ממוצע

CMPT_A

set: End

n: 5

I%: 11

PV: -427.9

PMT: solve $\Rightarrow$ 115.7

FV: 0

CMPT_B

set: End

n: 4

I%: 11

PV: -182.4

PMT: solve $\Rightarrow$ 58.79 רווח תקופתי

FV: 0

שאלה 27

פרויקט D הוא NPV הכי גבוה

שאלה 28

PI	
$\frac{300}{500} + 1 = 1.6$	A
$\frac{380}{650} + 1 = 1.58$	B
$\frac{320}{420} + 1 = 1.76$	C
$\frac{400}{600} + 1 = 1.66$	D
$\frac{250}{250} + 1 = 2$	E

הכי גבוה: $PI_E = 2$ פרויקט E

שאלה 29

<u>היקף השקעה</u>			
250	E	1	
420	C	2	
600	D	3	
230 נשאר להשקעה	A	4	

בהתאם לדירוג PI

שאלות בנושא קומבינטוריקה

שאלה 1

$$\underline{3} \times \underline{2} \times \underline{1} = 3! = \boxed{6}$$

שאלה 2

$$\underline{6} \times \underline{5} \times \underline{4} \times \underline{3} \times \underline{2} \times \underline{1} = 6! = 720$$

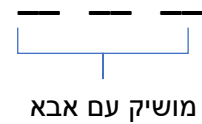
שאלה 3



$2! \times 9! \times 6! = 522,547,200$

סידור חיצוני סידור פנים בוצת הבנות סידור פנים קבוצת הבנים

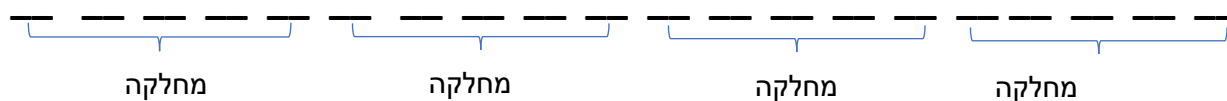
שאלה 4



$3! \times 2! \times 2! = 24$

סידור חיצוני סידור פנימי סידור פנימי

שאלה 5



$$4! \times 5! \times 5! \times 5! \times 5! = 497,664,000$$

פנימי חיצוני

שאלה 6



$$3! \times 3! \times 3! \times 3! = 1,296$$

פנימי פנימי פנימי חיצוני

שאלה 7

$$4! \times 3! \times 3! \times 3! \times 3! = 4! \times (20!)^4$$

פנימי פנימי פנימי פנימי חיצוני

במבחן לפעמים הפתרון יהיה בצורה של עדות

שאלה 8

כאשר יש לנו פרמטר שאסור שישבו/ שיהיו אחד ליד השני, אנו פותרים ב-3 שלבים:

שלב 1: פותרים ללא המגבלה ובודקים כמה סידורים קיימים

שלב 2: פותרים עם מגבלה הפוכה, בודקים כמה סידורים יש עם היינו כן צריכים להושיב אותם אחד ליד

השני

שלב 3: מפחיתים שלב 2 משלב 1

שלב 1: אין מגבלה $\Leftarrow 8! = 40,320$

שלב 2:



$$7! \times 2! = 10,080$$

פנימי חיצוני

שלב 3: $40,320 - 10,080 = 30,240$

שאלה 9

שלב 1: אין מגבלה $\Leftarrow 6! = 720$

שלב 2:



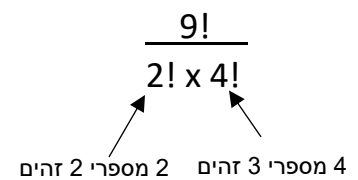
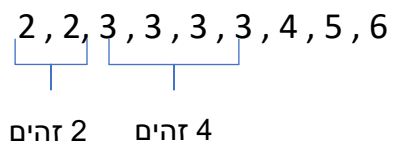
$$5! \times 2! = 240$$

פנימי חיצוני

שלב 3: $720 - 240 = 480$

שלב 2 שלב 1

שאלה 10



שאלה 11

$$\frac{10!}{4! \times 3! \times 2!} = 12,600$$

שאלה 12

$$120 = \frac{5}{\text{מחלקת חולצות}} \times \frac{8}{\text{מחלקת נעליים}} \times \frac{3}{\text{מחלקת צעיפים}}$$

שאלה 13

$$\frac{8}{\text{מחלקת נעליים}} \times \frac{7}{\text{מחלקת נעליים}} = \frac{56}{2!} = 28$$

↑
נעליים לא משנה
סדר הבחירה

שאלה 14

$$\frac{5}{\text{חולצות}} \times \frac{4}{\text{חולצות}} \times \frac{8}{\text{נעליים}} \times \frac{7}{\text{נעליים}} \times \frac{6}{\text{נעליים}} \times \frac{3}{\text{צעיפים}} \times \frac{2}{\text{צעיפים}} \times \frac{1}{\text{צעיפים}}$$

$$\frac{40,320}{2! \times 3! \times 3!} = 560$$

↑ ↑ ↑
חולצות נעליים צעיפים

שאלה 15

$$\frac{5}{\text{חולצות}} \times \frac{4}{\text{חולצות}} \times \frac{3}{\text{חולצות}} \times \frac{2}{\text{חולצות}} \times \frac{1}{\text{חולצות}} \times \frac{8}{\text{נעליים}} \times \frac{7}{\text{נעליים}} \times \frac{6}{\text{נעליים}} \times \frac{5}{\text{נעליים}} \times \frac{4}{\text{נעליים}} \times \frac{3}{\text{נעליים}} \times \frac{2}{\text{נעליים}} \times \frac{1}{\text{נעליים}} \times \frac{3}{\text{צעיפים}} \times \frac{2}{\text{צעיפים}} \times \frac{1}{\text{צעיפים}}$$

$$\frac{29,030,400}{5! \times 8! \times 3!} = 1$$

שאלה 16

$$\frac{19}{\text{ש"ח}} \times \frac{18}{\text{יונייטד אראב}} \times \frac{12}{\text{הבית החולמני}} \times \frac{6}{\text{הפירוד}} \times \frac{4}{\text{אין עתיד}} = 98.496$$

שאלה 17

$$\frac{4}{\text{ש"ח}} + \frac{3}{\text{ש"ח}} + \frac{6}{\text{יונייטד אראב}} + \frac{5}{\text{יונייטד אראב}} + \frac{12}{\text{הבית החולמני}} = \frac{4 \times 3 \times 6 \times 5 \times 12}{2! \times 2!} = 1,080$$

לא משנה סדר
הבחירה של ש"ח

לא משנה סדר
הבחירה של
יונייטד אראב

שאלה 18

$$\frac{8}{-} \times \frac{7}{-} \times \frac{6}{-} \times \frac{5}{-} = \frac{1,680}{4!} = 70$$

לא משנה הסדר

שאלה 19

$$\frac{1}{2} \times \frac{2}{6 \text{ או } 5} \times \frac{10}{\text{לא זוכר קיימות 10 ספרות}} \times \frac{3}{9 \text{ או } 6 \text{ או } 3} = 60$$

שאלה 20

$$\frac{4}{-} \times \frac{4}{-} \times \frac{4}{-} \times \frac{4}{-} = 256$$

שאלה 21

$$\frac{10}{-} \times \frac{9}{-} \times \frac{9}{-} \times \frac{9}{-} \times \frac{9}{-} = 65,610$$

מותר הכל
חוץ
מהקודמת

מותר הכל
חוץ
מהקודמת

מותר הכל
חוץ
מהקודמת

מותר הכל
חוץ
מהקודמת

שאלות בנושא בהסתברות חלק א'

שאלה 1

"1", "2", "3", "4", "5", "6"

$$\frac{\text{סך האפשרויות הרצויות}}{\text{סך האפשרויות הקיימות}} = \frac{1}{6}$$

שאלה 2

$$\frac{1}{2}$$

שאלה 3

$$\frac{1}{52}$$

שאלה 4

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{52} = 0.0016$$

קלפים מטבע קוביה

שאלה 5

$$\frac{1}{52}$$

קיימים 4 מלכים בחפיסת קלפים

שאלה 6

$$\frac{4}{6}$$

לפחות: לא פחות ז"א: 3,4,5,6

שאלה 7

"2", "4", "6" → $\frac{3}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{12} = 0.25$

מטבע קוביה

שאלה 8

35 – תקינים
15 – לא תקינים
50

$$\frac{35}{50} \times \frac{34}{49} = 0.485$$

הוצאה 1 הוצאה 2

שאלה 9

שאלה קצת טריקית. צריך לזכור כי לא משנה אם בפעם הראשונה ייצא התקין או בפעם השנייה ולכן צריך לחשב פעם שהראשון תקין והשני לא תקין ולהוסיף את האופציה הנוספת שהראשון לא תקין והשני תקין

"או"

$$\frac{35}{50} \times \frac{15}{49} = 0.214$$

ראשון תקין שני לא תקין

$$\frac{35}{50} \times \frac{15}{49} = 0.214$$

ראשון לא תקין שני תקין

0.428

שאלה 10

ידוע שהראשון יצא תקין, ז"א נשארו:

$$\frac{34}{49} - \text{תקינים}$$
$$\frac{15}{49} - \text{לא תקינים}$$

$$\frac{34}{49} \times \frac{33}{48} = 0.477$$

שליפה 1 שליפה 2

שאלה 11

$$0.7 \times 0.2 \times 0.5 = 0.07 = 7\%$$

ירי תעוזה ריצה

שאלה 12

$$0.2 \times 0.5 = 0.1$$

תוחלת הסתברות מאורעות או
הזדמנויות

שאלה 13

$$0.7 \times 0.3 \times 0.3 = 0.063$$

1 2 3 זריקות

שאלה 14

$$0.063 \times \frac{3!}{2! \times 1!} = 0.189$$

שאלה 15

$$\underline{0.7} \times \underline{0.7} \times \underline{0.7} \times \underline{0.7} \times \underline{0.3} \times \underline{0.3} \times \underline{0.3} = 0.00648 \frac{7!}{4! \times 3!} = 0.2268$$

שאלה 16

4 – לבנים
6 – שחורים
10

$$\underline{0.4} \times \underline{0.4} \times \underline{0.4} \times \underline{0.4} \times \underline{0.4} \times \underline{0.4} \times \underline{0.4} = 0.4^7 = 0.00163$$

שאלה 17

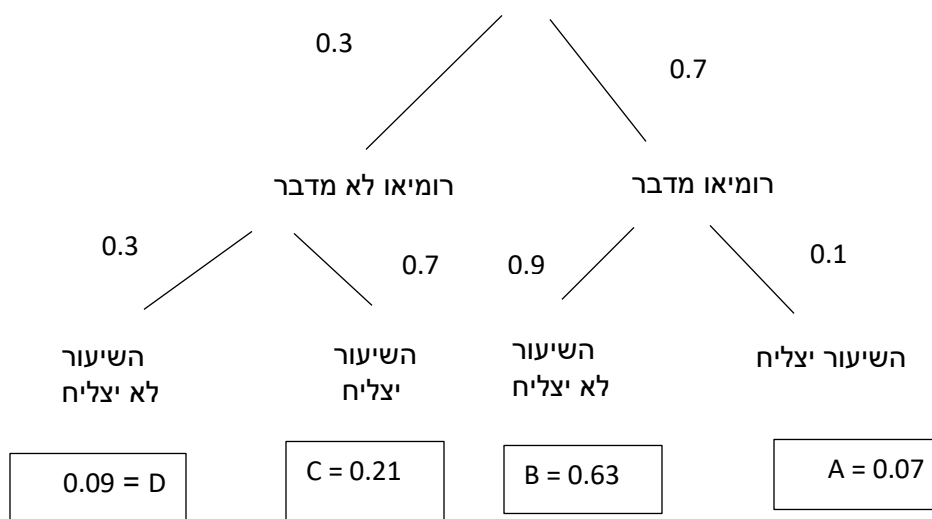
סיכוי	מספר הזוגות השחורים
0.00163 ← שאלה 16	0
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
$0.9983 = 1 - 0.00163$	
1	

שאלה 18

	0
	1
	2
	3
	4
	5
	6
	7
$0.842 = 1 - 0.028 - 0.13$	
$0.6^6 \times 0.4^1 \times \frac{7!}{0! \times 1!} = 0.13$	
$0.6^7 = 0.028$	

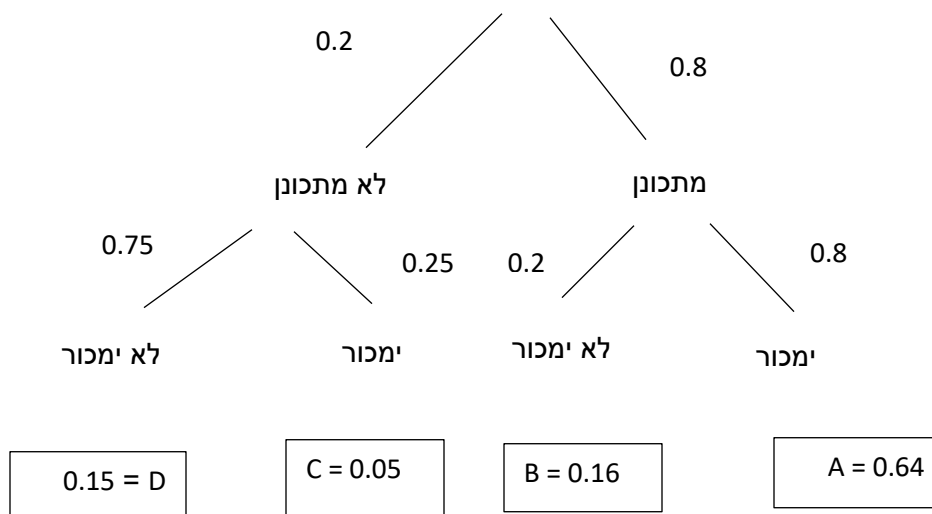
???

שאלה 19



$$\frac{C}{A + C} + \frac{0.21}{(0.21 + 0.07)} = 0.75$$

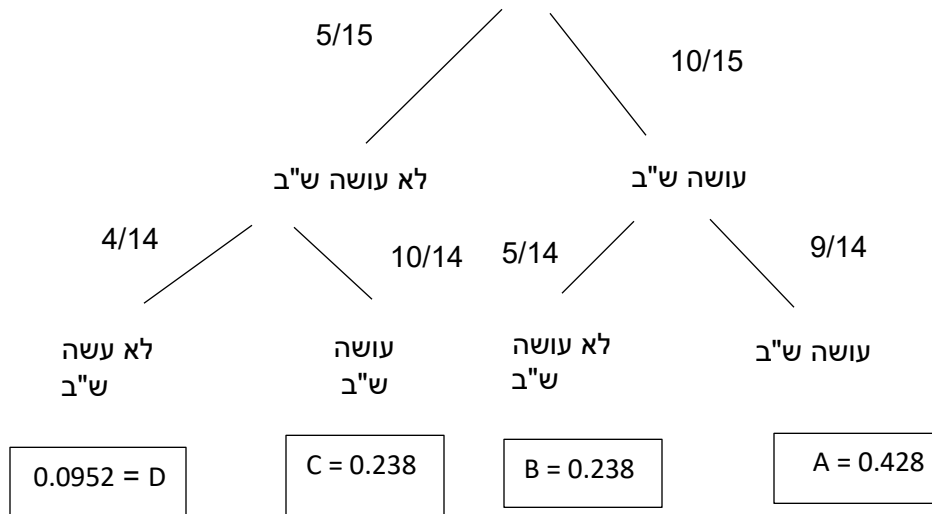
שאלה 20



$$\frac{A}{A + C} + \frac{0.64}{(0.64 + 0.05)} = 0.927$$

שאלה 21

10 – עושה ש"ב
 $\frac{5}{15}$ – לא עושה ש"ב



$$\frac{B}{B + D} + \frac{0.238}{(0.238 + 0.0952)} = 0.714$$

שאלות בנושא הסתברות חלק ב'

שאלה 1

ערפל

	לא יהיה	יהיה	
0.6	0.1	0.5	ירד
0.4	0.4	0	לא ירד
1	0.5	0.5	

גשם

הסיכוי שירד גשם ויהיה ערפל 0.5

שאלה 2

גרעינים

	לא נפצח	נפצח	
0.45	0.15	0.3	תנצח
			לא תנצח
1	0.35	0.65	

נבחרת
ברצלונה

הסיכוי שלא נפצח גרעינים הוא 0.65

שאלה 3

הסיכוי שברצלונה תנצח ונפצח גרעינים 0.3

שאלה 4

שווי חברה ב'

	ירד	יעלה	
0.7	0.35	0.35	יעלה
	0.15		ירד
1	0.5	0.5	

שווי חברה
א'

נתון בשאלה:
"הסיכוי שלפחות אחת המניות
תעלה הוא 0.85"

סיכוי	מספר המניות שעולות
$1 - 0.85 = 0.15$	0
0.85	1
	2

הסיכוי ששווי 2 החברות לא יעלה

הסיכוי ששווי 2 החברות יעלה הוא 0.35

שאלה 5

$$P(A) \times P(B) = A \cap B$$

חיתוך המאורעות שנמצא בטבלה $\leftarrow P(A \cap B) = P(\text{הסיכוי שחברה ב' עולה}) \times P(\text{הסיכוי שחברה א' עולה})$
 $0.7 \times 0.5 = 0.35 \Leftrightarrow 0.35$ (נמצא בטבלה)
 המאורעות הם בלתי תלויים, נכון.

שאלה 6

נכון. הגדרה של מאורעות זרים

שאלה 7

אינו נכון. מאורעות בלתי תלויים הם כאלו שמכפלת ההסתברויות שלהם שווה לחיתוך ביניהם

$$P(A) \times P(B) = A \cap B \quad \text{מאורעות בלתי תלויים:}$$

שאלה 8

הסיכוי לשחור: $0.2384 = \frac{144}{604}$

הסיכוי לא לשחור: $1 - 0.2384 = 0.7616$

0.7616^3

	סיכוי	מספר השחורים שיצאו
$0.7616^3 = 0.4417$	→	0
		1
$1 - 0.4417 = 0.5582$		2
		3

↕
55.82%

שאלות בנושא משתנה אחד

שאלה 1

מספר עמוד בספר → X	Freq
100	12
150	25
200	8
250	4

שכיח – 150 ⇒ רואים בטבלה

$\bar{X} = \text{ממוצע} = 154$
 פונקציית STAT → $\sigma = \text{סטיית תקן} = 42.66$

שאלה 2

מחיר העגלה → X	Freq
2600	5
2850	8 → החציון
3000	<u>12</u>
	25 → החציון מיקומו 13

החציון הוא 2,850
 פונקציית STAT → $\sigma = 151.04$

שאלה 3

מספר עמוד בספר → X	Freq
100	12
150	25
200	8

$\bar{X} = \text{תוחלת} = \text{ממוצע לזכיה} \rightarrow \text{פונקציית STAT}$

שאלה 4

מספר הילדים לזוג

X	Freq	Freq מצטבר
0	25	25
1	180	205
2	210	415
3	350	765
+4	320	
	1085	

$542.5 \Rightarrow 1085/2$
 $\downarrow$
 מיקום החציון הוא: 543

החציון הוא 3

ממוצע: נתייחס לפונקציית הרביעית בחישוב כ-4 אבל זה המינימום ולכן שנכניס ל-STAT הממוצע שייצא

יהיה לפחות $\bar{X} = 2.7$

שאלה 5

X	Freq
80	100
100	200

סטיית תקן = 151
 פונקציית STAT →

שאלה 6

מחיר העגלה

ישנם 2 דרכים לפתרון:

דרך אחת: להציב במקום A את הספרות 85 ולבדוק אם הממוצע יוצא $\bar{X} = 73.35$

דרך שניה: אמנם ארוכה אך זו הדרך המתמטית

$$\frac{55 \times 10 + 67 \times 13 + 78 \times 5 + A \times 6 + 95 \times 8}{42} = 73.357$$

$$2,571 + 6A = 3,080.994$$

$$6A = 509.994$$

$$A = 85$$

טענה א' נכונה

X	Freq	מצטבר Freq	
55	10	10	
67	13	23	מיקום של
78	5		24
A	6		22
95	8		החציון
	42		

טענה ב' – השכיח הוא 67 $\Leftarrow$ טענה ב' אינה נכונה

טענה ג' – נציב ב-STAT כאשר A=85, סטיית תקן $\sigma = 14.2792$, שונות: $\sigma^2 = 14.2792$

$$\sigma^2 = 203.89$$

טענה ג' נכונה

טענה ד' – מיקום החציון הוא:

$$67 \Leftarrow \frac{42}{2} = \text{הממוצע של } 21, 22$$

טענה ד' נכונה

שאלה 7

סטיית התקן לא תשתנה - טרנספורמציה של חיבור וחסור לא משנה את מדדי הפיזור
לסטודנטים שטרם למדו טרנספורמציה ליניארית יש להציב באופן הבא:

 X	Freq
55+5=60	10
67+5=72	13
78+5=83	5
85+5=90	6
95+5=100	8

$\sigma = 14.2792$, לא השתנתה

שאלה 8

$$Z_i = \frac{X_i - X}{\sigma}$$

חישוב ציון תקן

$$Z_i = \frac{(78 - 73.357)}{14.2792} = 0.325$$

שאלה 9

$$Z_i = \frac{X_i - 73.357}{14.2792} = -1.28$$

↓

$$X_i - 73.357 = -18.2777$$

$$X_i = 55.07$$

↓

$$X_i = \boxed{55}$$

שאלה 10

טרנספורמציה ליניארית של חיבור וחסור ישפיע בגודל וכיוון למדדי המרכז ולמדדי הפיזור אינה משפיעה

ממוצע: $82 + 8 = 90$

שכיח: $77 + 8 = 85$

סטיית תקן: 23 נשאר אותו דבר

שאלה 11

טרנספורמציה ליניארית של כסף בגודל ובכיוון למדדי מרכז ובגודל לטווח ולסטיית תקן ובגודל בחזקת 2

לשונות

ממוצע: $22 \times 4 = 328$

שכיח: $77 \times 4 = 308$

סטיית תקן: $22 \times 4 = 92$

שונות: השונות הייתה – $23^2 = 529$
השונות המעודכן – $529 \times 4^2 = 8,464$

שאלה 12

סטיית תקן

3000
+500
לא משפיע
3000
1+30%
3900

ממוצע

5800
+500
6300
1+30%
8190

שאלה 13

אם נוסף למדגם איבר נוסף שערכו יהיה שווה לממוצע, הממוצע לא ישתנה – נכון
(ניתן להציב בדוגמאות ולראות)

שאלה 14

אם נוסיף למדגם איבר נוסף שערכו יהיה שווה לממוצע, סטיית התקן לא תשתנה – לא נכון.
זה מקטין את הפיזור באוכלוסייה
(ניתן להציב בדוגמאות ולראות)

שאלה 15

שינוי בציון

X	Freq
80-60=20	0.7
50-60=-10	0.36

מציבים ב-STAT

$$\bar{X} = V$$

$$\sigma = 13.74 \Rightarrow \sigma^2 = 1.89$$

שאלה 16

מציבים מהתשובות

$$\frac{(14+17+20+25+26+\boxed{})}{6}$$

עושים הצבה עם התשובות $\Leftarrow$

המספר החסר: **21**

הממוצע: 20.5

החציון: 20.5

שאלה 17

"הממוצע של ההכנסה יישאר אותו דבר והחציון אף הוא לא ישתנה" – הטענה לא נכונה

החלק הראשון: הממוצע של ההכנסה יישאר אותו דבר – זה נכון

$$\frac{\text{סך האיברים}}{\text{מספר האיברים}} = \text{נשאר זהה}$$

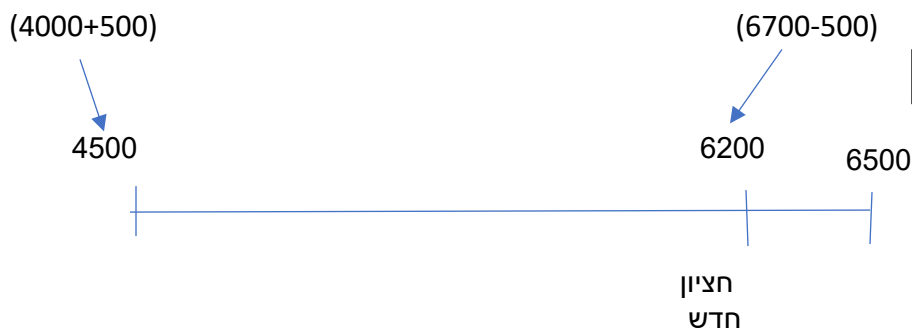
החלק השני: החציון יכול להשתנות, לדוגמא:

3 משפחות במדינה:

לפני:



אחרי:



החציון ישתנה והוא 6,200

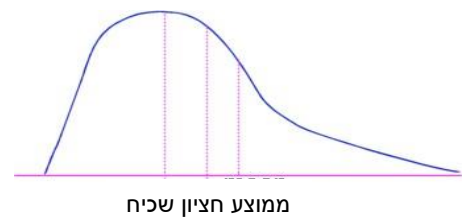
שאלות בנושא התפלגויות

שאלה 1

סטיית התקן – 0, אין פיזור
הצריכה זהה, התצפיות זהות

שאלה 2

התפלגות אסימטרית חיובית ממוצע < חציון < שכיח



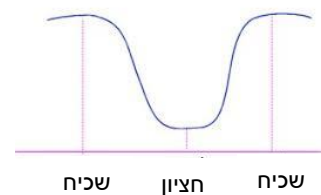
שאלה 3

א. נכון, בהתפלגות נורמאלית החציון = ממוצע ולכן ציון התקן הוא 0.

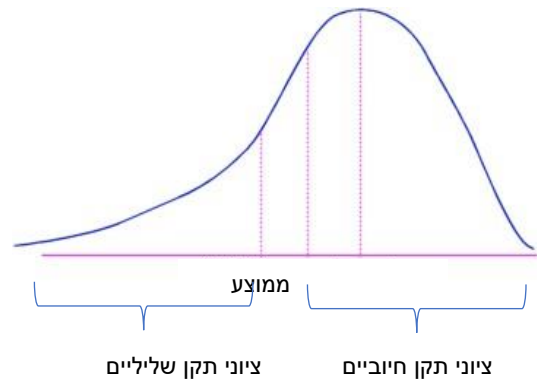
$$Z_i \frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \Rightarrow Z_{\bar{X}} \frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} = 0$$

ב. נכון, בהתפלגות אסימטרית חיובית ממוצע < חציון < שכיח

ג. לא נכון, בהתפלגות סימטרית דו-שיאית שכיח $\neq$ חציון

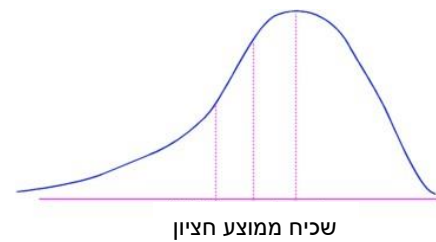


ד. "בהתפלגות אסימטרית שלילית אין ציון תקן שלילי" – לא נכון.
ציון תקן שלילי זה המספרים שיותר קטנים מהממוצע



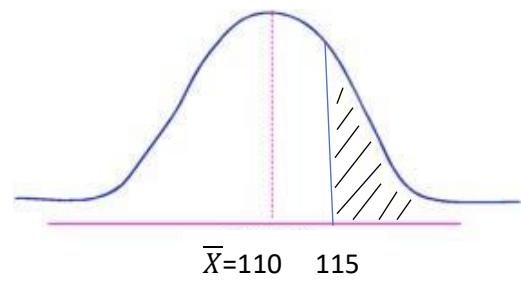
נכון, ציון תקן של ממוצע שווה ל-0

ה. נכון, בהתפלגות אסימטרית שלילית: שכיח < חציון < ממוצע

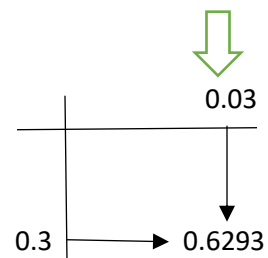


שאלה 4

$$\sigma = 15$$



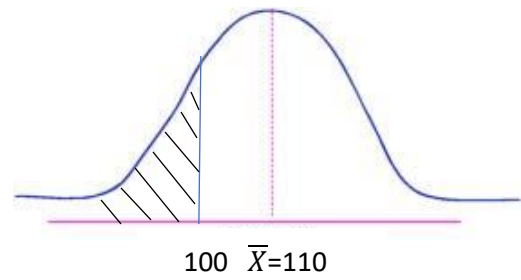
$$Z_i \frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \Rightarrow Z_{115} \frac{115 - 110}{15} = 0.33$$



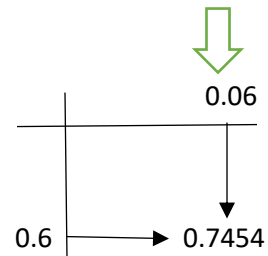
$$1 - 0.6293 = 0.3707 \Rightarrow \boxed{37.07\%} \quad \text{אנחנו מחפשים את השטח הקטן ולכן}$$

שאלה 5

$$\sigma = 15$$



$$Z_i \frac{X_i - \bar{X}}{\sigma} \Rightarrow Z_{115} \frac{100 - 110}{15} = -0.66$$

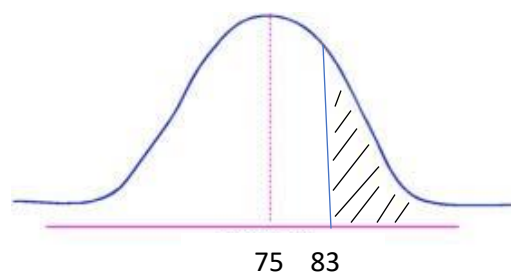


$$1 - 0.7454 = 0.2546 \Rightarrow 25.46\%$$

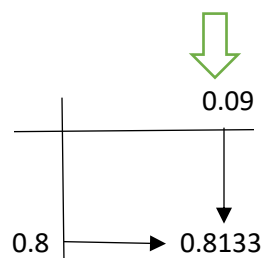
אנחנו מחפשים את השטח הקטן ולכן

שאלה 6

$$\sigma = 9$$



$$\frac{83 - 75}{9} = 0.888 \approx 0.89$$

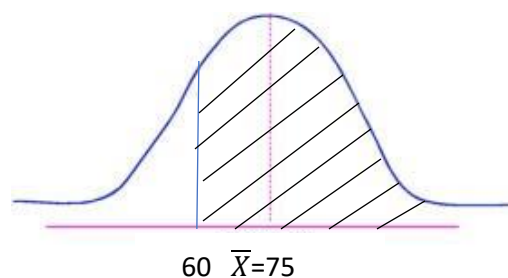


$$1 - 0.8133 = 0.1867 \Rightarrow 18.67\%$$

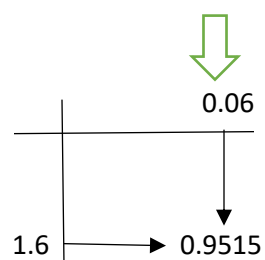
אנחנו מחפשים את השטח הקטן ולכן

שאלה 7

$$\sigma = 9$$



$$\frac{60 - 75}{9} = -1.66$$



95.15%

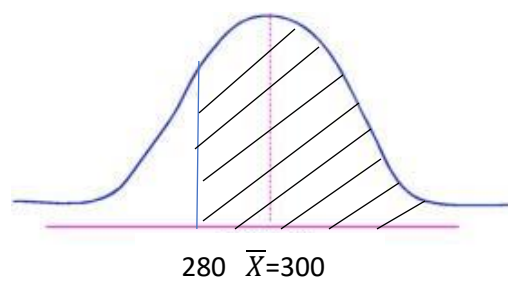
שאלה 8

המשלים של שאלה 7

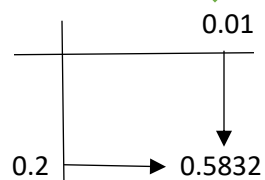
$$1 - 95.15\% = 4.85\%$$

שאלה 9

$$\sigma = 95$$



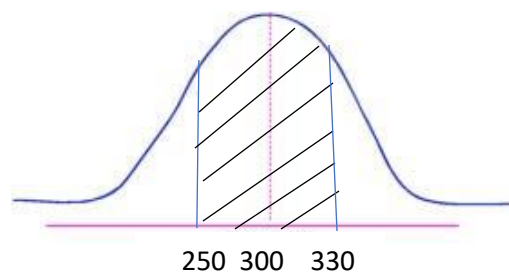
$$\frac{280 - 300}{95} = -0.21$$



אנו מחפשים את החלק הגדול $\Rightarrow 58.32\%$

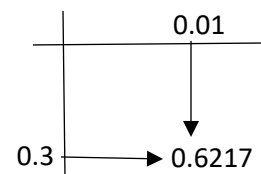
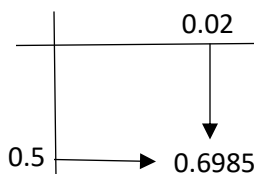
שאלה 10

$$\sigma = 95$$



$$\frac{250-300}{95} = -0.52$$

$$\frac{330-300}{95} = 0.31$$



תחום הכלוא בין שני ציוני תקן שני סימן

בשטח הכלוא = -1 + האחוז מהטבלה לציון תקן השני + האחוז מהטבלה לציון תקן אחד

$$0.6985 + 0.6217 - 1 = \mathbf{0.3202 \Rightarrow 32.02\%}$$

שאלה 11

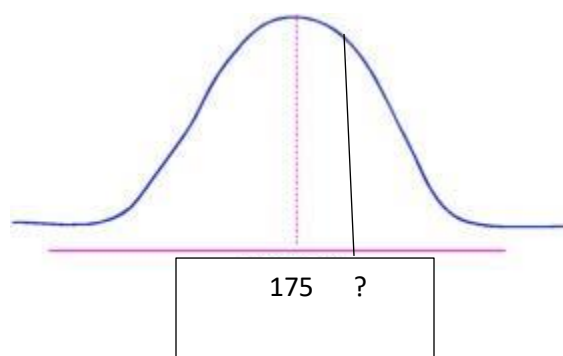
החציון הוא 175

כי בהתפלגות נורמאלית חציון = ממוצע

שאלה 12

$$\sigma^2 = 80$$

$$\sigma = 8.94$$



דבר ראשון נחפש בטבלה מהו הציון תקן של $90\% \Leftarrow 0.9000$

הכי קרוב ל-1.28

$$\frac{X - 175}{8.94} = 1.28$$

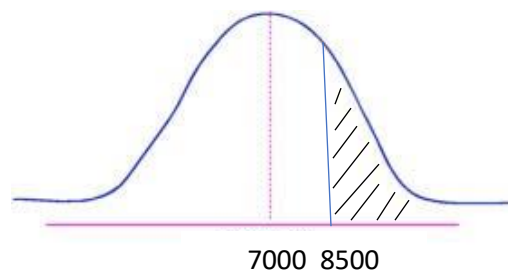
$$X - 175 = 1.28 \times 8.94$$

$$X - 175 = 11.44$$

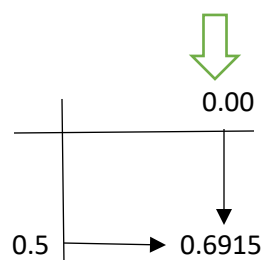
$$X = 186.44$$

שאלה 13

$$\sigma = 3,000$$



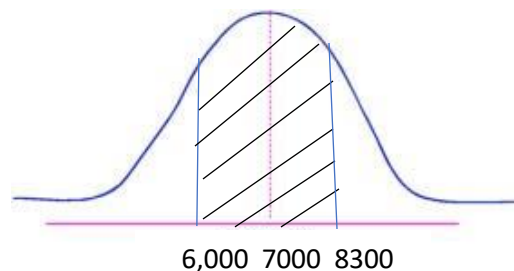
$$\frac{8,500 - 7,000}{3,000} = 0.5$$



$$1 - 0.6915 = 0.3085 \Rightarrow 30.85\% \quad \text{אנחנו מחפשים את השטח הקטן ולכן}$$

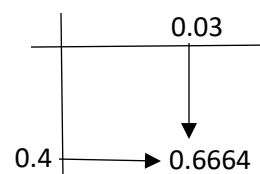
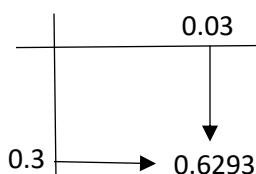
שאלה 14

$$\sigma = 3,000$$



$$\frac{6,000 - 7,000}{3,000} = -0.33$$

$$\frac{(8300 - 7000)}{3000} = 0.43$$

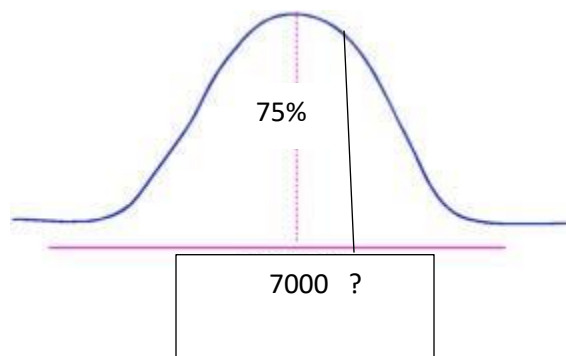


מדובר בתחום הכלוא בין שני ציוני תקן שני סימן ולכן מחברים ביניהם ומחסרים 1

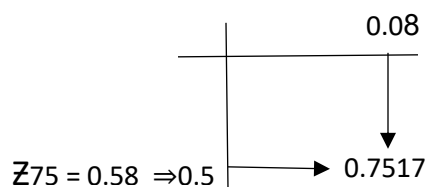
$$0.6293 + 0.6664 - 1 = \mathbf{0.2957 \Rightarrow 29.57\%}$$

שאלה 15

$$\sigma = 3,000$$



שלב 1: נחפש את הציון תקן בטבלה של שכיחויות



שלב 2:

75% זה אומר שהציון תקן חיובי (פחות מ-50% הציון תקן שלילי) ולכן $Z_{75} = 0.58$

שלב 3:

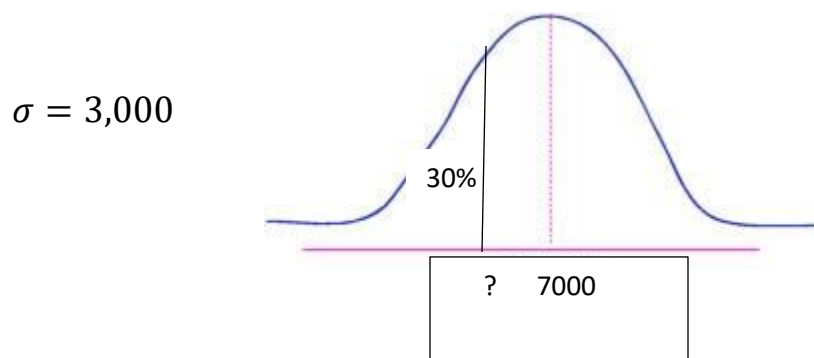
$$Z_{75} = 0.58 = \frac{X_i - \bar{X}}{\sigma}$$

$$0.58 = \frac{X - 7000}{3000}$$

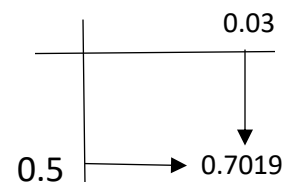
$$1740 = X - 7000$$

$$X = 8,740$$

שאלה 16



שלב 1: נחפש את הציון תקן בטבלה של שכיחויות. הטבלת שכיחויות מחזירה תמיד את השטח הגדול ולכן נחפש את ה-70% (100% - 30%)



שלב 2:

אנו מחפשים את ציון התקן של 30% שהוא ציון תקן שלילי (פחות מ-50%) ולכן $Z_{30} = -0.53$

שלב 3:

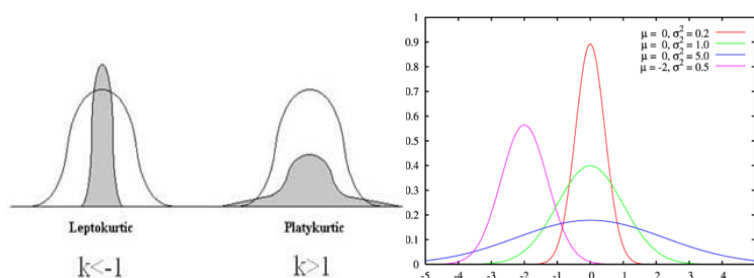
$$Z_{30} = 0.53 = \frac{X_i - \bar{X}}{\sigma}$$

$$0.53 = \frac{X - 7000}{3000}$$

$$1590 = X - 7000$$

$$X = 8,590$$

שאלה 17



כל שההתפלגות הנורמלית תהיה צרה וגבוהה יותר במרכזתה וזנבותיה נמוכים יותר, אזי ההשתנות שלה

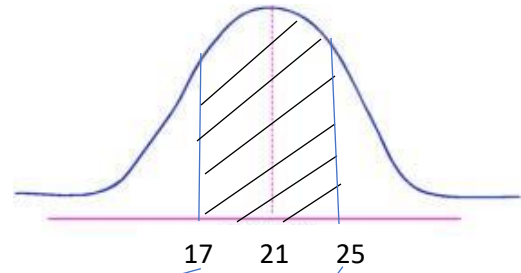
נמוכה יותר, יש פחות פיזור כולם סביב אותה נקודה וקרובים לממוצע

ולכן המשפט לא נכון

שאלה 18

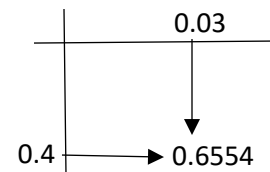
$$\sigma^2 = 100$$

$$\sigma = 10$$



$$\frac{17-21}{10} = -0.4$$

$$\frac{(25-21)}{10} = 0.4$$



מדובר בשטח הכלוא בין שני ציוני תקן שוני סימן ולכן מחברים ביניהם ומחסרים 1

$$\text{האחוז מהטבלה} + \text{האחוז מהטבלה} - 1 = \text{בשטח הכלוא}$$

$$0.6554 + 0.6554 - 1 = \mathbf{0.3108} \Rightarrow \mathbf{31.08\%}$$

שאלות בנושא שני משתנים

שאלה 1

אנו נציב את הנתונים בפונ' STAT

לוחצים STAT



שורה שניה $A+Bx$

ומציבים את X ו- y יש לשים לב שה-freq היא 1

לאחר ההצבה נלחץ AC

ואז STAT + shift (אחד אחרי השני)

ממוצע וסטיות תקן נמצאות ב-S:VAR

מקדם המתאם והמקדמים של הרגרסיה הליניאריות נמצאים ב-7:reg

$A;B$

$$\bar{x} = 56.66 \quad \bar{y} = 138.88$$

שאלה 2

מה-STAT:

$$\sigma_x = 16.99 \quad \sigma_y = 34.55$$

שאלה 3

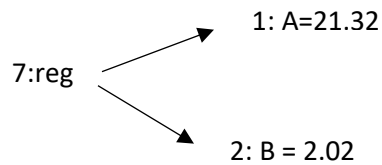
חישוב מה-STAT:

$$7:reg \rightarrow 3:r \quad r=0.99 \quad \text{Cov} = S_x \cdot S_y \cdot r$$

$$581.13 = 16.99 \times 34.55 \times 0.99$$

שאלה 4

STAT:



שאלה 5

$$y = A + Bx$$
$$y = 21.32 + 2.02x$$

נציב $x = 95$

$$y = 21.32 + 2.02 \cdot 95 = 213.22 \Rightarrow \text{כ-213 תרופות}$$

שאלה 6

מציבים ב-STAT:

$$r = -0.99 \quad s_x = 257 \quad s_y = 13.51$$

$$\text{Cov} = S_X \cdot S_Y \cdot r$$
$$2.57 \quad 2.57 \quad 13.51 \quad -0.99$$

שאלה 7

מוציאים מ-STAT $A=88.33, B=-5.2$

$$y = A + Bx$$
$$y = 88.33 - 5.2x$$

נציב $x = 5$

$$y = 88.33 - 5.2 \cdot 5 = 62.33$$

שאלה 8

א. קיים קשר חיובי אצל סוסים בין אכילת תבן לבין היקף הריצה לאחר מכן – נכון

$$y = 88.33 + 0.4x$$

ככל ש x גדל y גדל
חיובי

ב. "סוס שיאכל 10 ק"ג תבן ירוץ בהכרח 14 ק"מ לאחר מכן" – לא נכון
כי רשום בהכרח וזו סטטיסטיקה וזו הערכה בלבד

$$y = 10 + 0.4x$$

0.14 10

ג. "שונות הק"מ שרץ סוס מוסברת ב-8% על ידי אכילת תבן" – נכון
הגדרה של שונות מוסברת

ד. "8% מהמקרים נעריך נכונה באמצעות קו רגרסיה הזה" – לא נכון

שאלה 9

ראשית נסביר משתנים בלתי תלויים. זה אומר שה-COV ביניהם הוא 0 ומקדם המתאם הוא 0

$$r=0$$

$$\text{Cov}=0$$

שהקשר ביניהם לא תלוי ויכול להיות ש x יעלה ו- y ירד ויכול להיות ש x יעלה ו- y יעלה

א. לא נכון

ב. לא נכון

ג. נכון, $r=0$

ד. לא נכון

ה. נכון, $\text{cov}=0$

ו. לא נכון, שונות מוסברת תמיד תהיה בין 0 ל-1

שאלה 10

$$E(x+y) = E(x) + E(y)$$

10 11

שאלה 11

$$Cov_{(x,y)} = S_X \cdot S_Y \cdot r$$

$$0.84 = 1 \cdot 1.4 \cdot 0.6$$

שאלה 12

נוסחה $\Rightarrow$

$$VAR(x + y) \Rightarrow$$

$$VAR(ax + by) = a^2 var(x) + b^2 var(y) + 2 \cdot a \cdot b \cdot cov(x, y)$$

$$VAR(1x + 1y) = 1^2 \cdot 1^2 + 1^2 \cdot 1.4^2 + \cancel{2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0}$$

$$VAR(x + y) = \mathbf{2.96}$$

שאלה 13

$$a = 1$$

$$b = 1$$

$\Downarrow$

אם לא

רשום

אחרת

$$VAR(x + y) \Rightarrow$$

$$VAR(ax + by) = a^2 var(x) + b^2 var(y) + 2 \cdot a \cdot b \cdot cov(x, y)$$

$$VAR(x + y) = 1^2 \cdot 1^2 + 1^2 \cdot 1.4^2 + 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2$$

$$VAR(x + y) = \mathbf{6.96}$$

שאלה 14

$$Cov_{(x,y)} = S_X \cdot S_Y \cdot r$$

$$= Cov_{(x,y)} = 1 \cdot 1.4 \cdot 0.5$$

$$Cov_{(x,y)} = \mathbf{0.7}$$

$$VAR(x + y) \Rightarrow$$

$$VAR(ax + by) = a^2 var(x) + b^2 var(y) + 2 \cdot a \cdot b \cdot cov(x, y)$$

$$VAR(x + y) = 1^2 \cdot 1^2 + 1^2 \cdot 1.4^2 + 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 0.7$$

$$VAR(x + y) = \mathbf{4.36}$$

שאלה 15

אם רשום שהמשתנים אקראיים = משתנים בלתי תלויים

$$S_X = 3 \quad S_Y = 1$$

$$VAR(ax + by) = a^2 var(x) + b^2 var(y) + 2 \cdot a \cdot b \cdot cov(x, y)$$

$$VAR(x + y) = var(x) + var(y) + 2 \cdot cov(x, y)$$

$$10 = 3^2 + 1^2 + 0$$

$$VAR(x + y) = 10$$

אם
 $a = 1$
 $b = 1$

↓

פשוט
יהיה
יותר קל

שאלה 16

$$VAR(ax + by) = a^2 var(x) + b^2 var(y) + 2 \cdot a \cdot b \cdot cov(x, y)$$

$$VAR(0.5x + 3y) = 0.5^2 \cdot 3^2 + 3^2 \cdot 1^2 + \cancel{2 \cdot 0.5 \cdot 3 \cdot 0}$$

$$VAR(0.5x + 3y) = 11.25$$

שאלה 17

$$VAR(ax + by) = a^2 var(x) + b^2 var(y) + 2 \cdot a \cdot b \cdot cov(x, y)$$

$$VAR(3x + 0.8y) = 3^2 \cdot 2^2 + 0.8^2 \cdot 10^2 + 2 \cdot 3 \cdot 0.8 \cdot 12$$

$$VAR(3x + 0.8y) = 157.6$$

$$Cov_{(x,y)} = S_X \cdot S_Y \cdot r$$

$$Cov_{(x,y)} = 2 \cdot 10 \cdot 0.6 = 12$$

שאלה 18

$$VAR(ax + by) = a^2 var(x) + b^2 var(y) + 2 \cdot a \cdot b \cdot cov(x, y)$$

$$VAR(x + y) = 2^2 + 10^2 + 2 \cdot 12$$

$$VAR(x + y) = 128$$

מחושב בפתרון
לשאלה 17

שאלו מהי סטיית התקן של $(x + y)$

$$S(x + y) = 128^{(0.5)} = 11.31$$

שאלה 19

מציבים את X ו- Y ב-STAT,

$$A = 88.33 \quad B = -5.2 \quad \Leftarrow \quad B \text{ ו-} A$$

ואז מקבלים את קו הרגרסיה הליניארית

$$y = A + Bx$$

$$y = 88.33 - 5.2x$$

מציבים ב- Y 67.53 ומקבלים ב- X את מספר ההפרעות (כמובן שזה לא ודאי)

$$y = 88.33 - 5.2x$$

$$67.53 = 88.33 - 5.2x$$

$$67.53 - 88.33 = -5.2x$$

$$-20.8 = -5.2x$$

$$\frac{-20.8}{-5.2} = x$$

$$x = 4$$

4 הפרעות

שאלה 20

כל הטענות נכונות והיו בבחינות השונות.

א. נכון, R^2 זו אחוז השונות המוסברת

ב. נכון, ככה בונים את הרגרסיה הליניארית

ג. נכון, זהו משפט שצריך לזכור

ד. נכון, זו מטרת הסימון של האפסילון

שאלות בנושא בנית תיק השקעות

שאלה 1

אפשרות א'

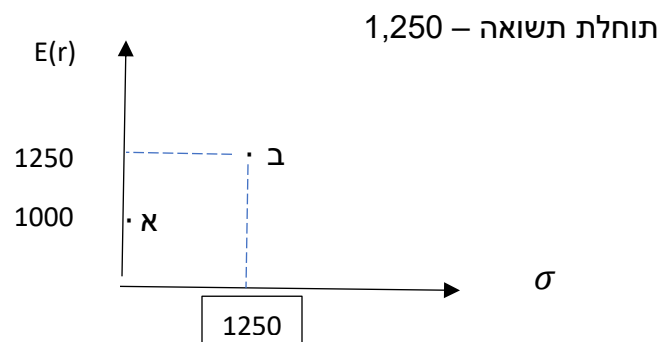
תשואה – 1,000 ₪ סטיית תקן – 0

אפשרות ב' (מציבים במחשבון)

תוחלת תשואה –

סטיית תקן -
1.250

X	Freq
2,500	0.5
0	0.5

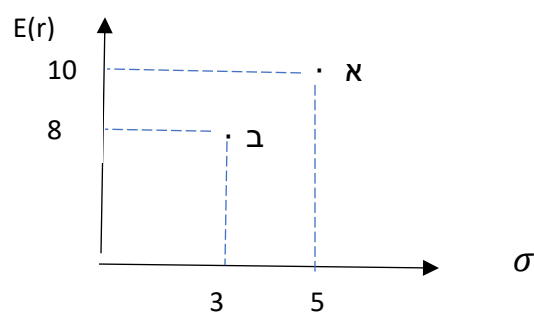


עפ"י קריטריון MVC לא ניתן לקבוע

הערה: תשואה ניתן למדוד גם במספרים ולא רק באחוזים

שאלה 2

סטטית תקן	תוחלת תשואה	
5%	10%	A
3%	8%	B



לא ניתן לקבוע עפ"י קריטריון תוחלת שונות

שאלה 3

$$CV_i = \frac{\sigma}{E(r)}$$

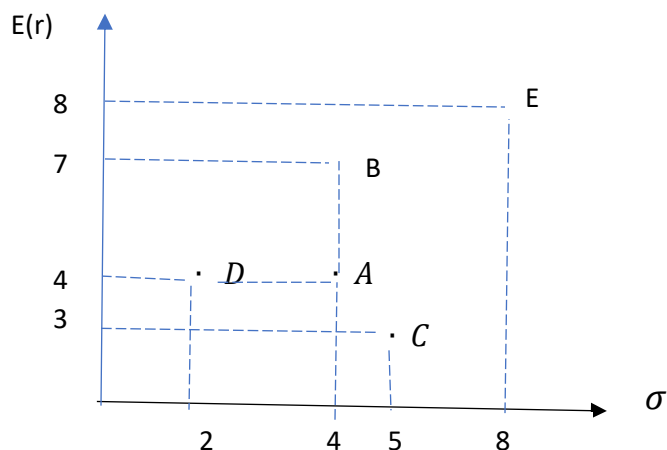
$$CV_B = \frac{3}{7} = 0.375 \quad CV_A = \frac{5}{10} = 0.5$$

$$CV_B < CV_A$$

לכן ייבחר במניה B

שאלה 4

בהתאם לקריטריון תוחלת
שונות המשקיע לא ייבחר ב-
A,C



שאלה 5

המניות שנשארו D,B,E

שאלה 6

טענה א' – כן. מניה אחת יכולה להיות עם סטיית תקן יותר קטנה עם תוחלת זהה למניה השניה והמניה

הראשונה תהיה עדיפה כי היא עם סיכון יותר נמוך

טענה ב' – כן. שתי המניות יכולות להיות עם אותו סטיית תקן ומניה אחת יכולה להיות עם תוחלת

תשואה יותר גבוהה ותהיה עדיפה

טענה ג' – לא נכון, כי משקיע יכול להעדיף סיכון גבוה יותר עם תוחלת תשואה גבוהה יותר

שאלה 7

מציבים ב-STAT

$\bar{X}$ תוחלת תשואה A: 4.24

σ_X סטיית תקן A: 1.67

שאלה 8

מציבים ב-STAT

$\bar{y}$ תוחלת תשואה B: 4.2

σ_y סטיית תקן B: 2.48

שאלה 9

מציבים ב-STAT

$R = -0.43$

שאלה 10

$$E(r) = W_A \cdot E(r)_A + W_B \cdot E(r)_B$$

$$4.2 = 0.45 \cdot 4.2 + 0.55 \cdot 4.2$$

$$\sigma_p = \sqrt{W_A^2 \cdot \sigma_A^2 + W_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot r}$$

$$\sigma_p = (0.45^2 \cdot 1.72^2 + 0.55^2 \cdot 2.48^2 + 2 \cdot 0.45 \cdot 0.55 \cdot 1.72 \cdot 2.48 \cdot (-0.43))^{0.5}$$

$$\sigma_p = 1.24$$

שאלה 11

$$E(Rp) = W_A \cdot E(r)_A + W_B \cdot E(r)_B$$

$$15.6 = 0.4 \cdot 12 + 0.6 \cdot 1.8$$

שאלה 12

אפשרות ראשונה: מי שיודע לפתור משוואה עם נעלם אחד:

$$E(Rp) = W_A \cdot E(r)_A + W_B \cdot E(r)_B$$

$$15.9 = W_A \cdot 12 + (1 - W_A) \cdot 18$$

$$15.9 = W_A \cdot 12 + 18 - W_A \cdot 18$$

$$15.9 = -6W_A + 18$$

$$W_A = 2.1$$

$$W = 0.35$$

↓

$$W_B = 1 - W_A$$

$$W_B = 1 - 0.35 = 0.65$$

תשובה ג'

אפשרות שנייה: להציב את התשובות

$$15.9 = W_A \cdot 12 + (1 - W_A) \cdot 18$$

ורואים שכאשר מציבים את תשובה ג' מקבלים 15.9

שאלה 13

$$\sigma_p = \sqrt{W_A^2 \cdot \sigma_A^2 + W_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot r}$$

$$\sigma_p = (0.5^2 \cdot 19^2 + 0.5^2 \cdot 12^2 + 2 \cdot 0.5 \cdot 0.5 \cdot 19 \cdot 12 \cdot (-0.3))^{0.5}$$

$$\sigma_p = 9.59$$

תשובה ג'

שאלה 14

$$W_A^* = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot r}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot r}$$
$$W_A^* = \frac{(2^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-0.5))}{4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot (-0.5)} = 0.285$$

$$W_B^* = 0.715$$

$$150,000 \times 0.715 = 107,250$$

שאלה 15

$$E(r) = W_A \cdot E(r)_A + W_B \cdot E(r)_B$$

$$7.145 = 0.285 \cdot 5 + 0.715 \cdot 8$$

שאלה 16

$$\sigma_p = \sqrt{W_A^2 \cdot \sigma_A^2 + W_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot r}$$
$$\sigma_p = (0.285^2 \cdot 4^2 + 0.715^2 \cdot 2^2 + 2 \cdot 0.285 \cdot 0.715 \cdot 4 \cdot 2 \cdot (-0.5))^{0.5}$$
$$\sigma_p = \mathbf{1.309}$$

שאלה 17

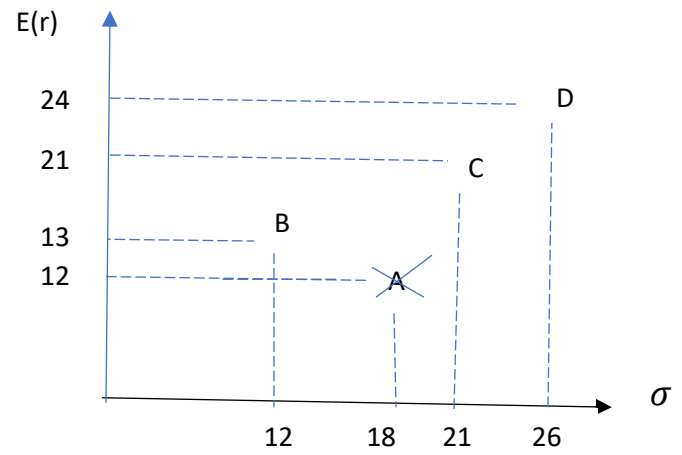
$$W_A^* = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot r}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \cdot r}$$
$$W_A^* = \frac{(22^2 - 10 \cdot 22 \cdot (-1))}{10^2 + 22^2 - 2 \cdot 10 \cdot 22 \cdot (-1)} = 0.6875$$

$$W_B^* = 1 - 0.6875 = 0.3125$$

$$E(R_p) = E(r)_A \cdot W_A + E(r)_B \cdot W_B$$

$$\mathbf{9.1875} = 7 \cdot 0.6875 + 14 \cdot 0.3125$$

שאלה 18



A נפסל כי B טוב ממנו עפ"י קריטריון MVC ולכן החזית היעילה היא B,C,D.

שאלה 19

תיק חסר סיכון ניתן להרכיב ממניות שמקדם המתאם ביניהם הוא $r = -1$ ולכן מניות B,A יכולות להרכיב תיק חסר סיכון

שאלות בנושא קו ה-CML

שאלה 1

שלב 1 משוואת CML:

$$E(r)_i = R_F + \left[\frac{E(r)_A - R_F}{\sigma_M} \right] \sigma_i$$

נתונים:

$$R_F = 2\%$$

$$E(r)_m = 20\%$$

$$\sigma_m = 12\%$$

$$E(r)_i = 2 + \left[\frac{10 - 2}{12} \right] \sigma_i$$

$$\text{CML: } E(r)_i = 2 + 1.5 \sigma_i$$

$$E(r)_i = 2 + 1.5 \cdot 12 = \mathbf{20}$$

שאלה 2

שלב 1 משוואת CML:

$$\text{CML: } E(r)_i = 2 + 1.5 \sigma_i$$

$$24 = 2 + 1.5 \sigma_i$$

$$24 - 2 = 1.5 \sigma_i$$

$$22 = 1.5 \sigma_i$$

$$\frac{22}{1.5} = \sigma_i$$

$$\sigma_i = \mathbf{14.66}$$

שאלה 3

בניית משוואת קו ה-CML:

$$E(r)_i = R_F + \left[\frac{E(r)_A - R_F}{\sigma_M} \right] \sigma_i$$

נתונים:

$$R_F = 4\%$$

$$E(r)_m = 12\%$$

$$\sigma_m = 15\%$$

$$E(r)_i = 4 + \left[\frac{12 - 4}{15} \right] \sigma_i$$

$$\text{CML: } E(r)_i = 4 + 0.533 \sigma_i$$

הערה: תיק יעיל מורכב מ-(1) ריבית חסרת סיכון

(2) תיק השוק

או רק מאחד מהם

זה קו ה-CML

עם סטיית תקן של 30% כפי שיש לדובי בתיק על קו ה-CML ניתן לקבל

$$E(r)_i = 4 + 0.533 \cdot 30 = 20$$

שאלה 4

כפי שלמדנו בכיתה ניתן להשתמש בתיק יעיל כלשהו ולהציבו במשוואת CML כדי לקבל את המשוואה

- התיק של גיא הוא תיק יעיל, נקרא לו A

נתונים:

$$E(r)_i = R_F + \left[\frac{E(r)_A - R_F}{\sigma_M} \right] \sigma_i$$

$$R_F = 2$$

$$E(r)_A = 15$$

$$\sigma_A = 6$$

$$E(r)_i = 2 + \left[\frac{15 - 2}{6} \right] \sigma_i$$

$$\text{CML: } E(r)_i = 2 + 2.166 \sigma_i$$

שלב 2: חישוב תוחלת בתיק הלא יעיל של שי

$$E(R_p) = W_A \cdot E(r)_A + W_B \cdot E(r)_B$$

$$17 = 0.5 \cdot 10 + 0.5 \cdot 24$$

שלב 3: הצבת התוחלת בתיק של שי ב-CML

$$\text{CML: } E(r)_i = 2 + 2.166 \sigma_i$$

$$17 = 2 + 2.166 \sigma_i$$

$$17 - 2 = 2.166 \sigma_i$$

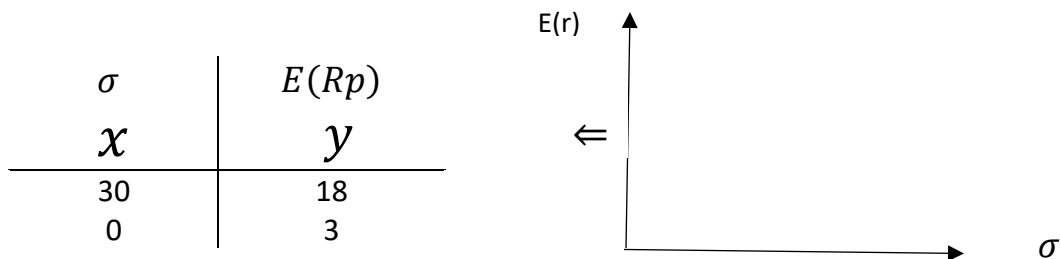
$$15 = 2.166 \sigma_i$$

$$\sigma_i = \frac{15}{2.166}$$

שאלה 5

ניתן להציב כל תיק יעיל במשוואה של CML אך הפעם נעשה את הדרך השנייה שלמדנו

באמצעות STAT $\leftarrow A + Bx$



לא ניתן לקבוע עפ"י קריטריון תוחלת שונות

STAT ואח"כ shift $\leftarrow$ AC

R_F 3 $\leftarrow$ 1 :A $\leftarrow$ 7: reg

שיפוע 0.5 $\leftarrow$ 2 :B

$$E(r)_i = 3 + 0.5\sigma_i$$

↑
שיפוע

שאלה 6

נתאמן על הדרך של הצבה בפונקציה של CML

(ניתן לפתור גם ב-STAT)

נתונים:

$$R_F = 5\%$$

$$E(r)_m = 10\%$$

$$\sigma_m = 5\%$$

$$E(r)_i = R_F + \left[\frac{E(r)_A - R_F}{\sigma_M} \right] \sigma_i$$

$$E(r)_i = 4 + \left[\frac{10 - 5}{5} \right] \sigma_i$$

$$\underline{\text{CML}}: E(r)_i = 5 + 1 \sigma_i$$

נציב את $E(r) = 8$ של תיק B שנמצא על קו ה-CML

$$8 = 5 + \sigma_i$$

$$8 - 5 = \sigma_i$$

$$\sigma_i = 3$$

שאלה 7

σ	$E(Rp)$
x	y
6	12
5	10

נציב באמצעות STAT

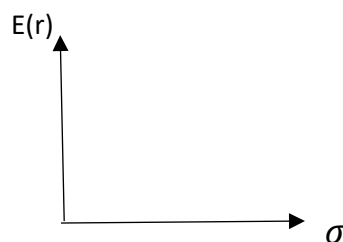
$A+Bx$

AC

Shift-STAT

7:reg

1: A

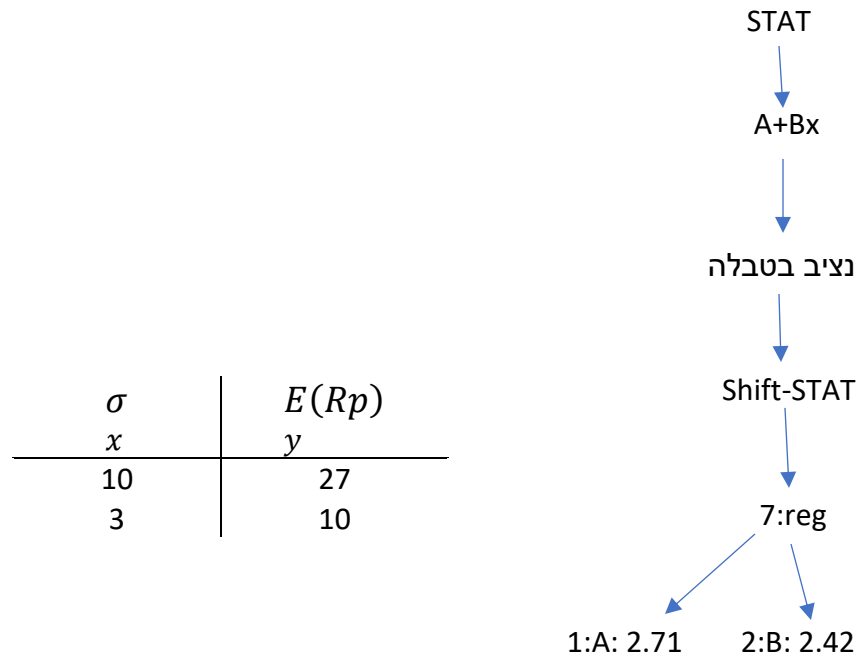


$$A = 0$$

$$R_F = 0$$

שאלה 8

נציב באמצעות STAT את 2 התיקים היעילים שיש עליהם מידע מלא



CML: $E(r)_i = 2.71 + 2.42 \sigma_i$

נציב 6 בסטיית תקן כדי לגלות את התוחלת של התשואה של תיק B

$$E(r)_i = 2.71 + 2.42 \cdot 6 = 17.23$$

שאלה 9

- נכון. הגדרה תיק השוק
- לא נכון, R_F הוא חלק מקן CML
- לא נכון, קו CML ממשיך עד אינסוף וניתן לייצר תוחלת יותר גבוהה מתיק השוק
- לא נכון, על קו ה-CML קיימים אך ורק תיקים יעילים
- לא נכון, לא ניתן ליצור תיק יותר יעיל מתיק הנמצא על קו ה-CML
- נכון, קיימים תיקים לא יעילים מתחת לקו ה-CML
- נכון, זהו קו ה-CML